

수학의 적용

이 승 중 (연세대)

주 제 수리철학, 논리철학, 언어철학

주요어 비트겐슈타인, 박정일, 수학의 적용, 양자논리학, 양자역학

요약문 1) 박정일 박사는 비트겐슈타인이 놀이로서의 수학과 적용의 개념을 독립적으로 보았다고 해석한다. 그러나 나는 기호놀이의 외적 적용은 그것이 수학이기 위한 충분조건이기는 하지만 필요조건은 아니라는 것이 비트겐슈타인의 입장이라고 본다. 2) 박정일 박사는 자연과학이론의 적용과는 달리 수학의 제대로 된 적용이 항상 성공적인 적용이라고 주장한다. 그러나 나는 자연과학이론이나 수학의 경우 공히 적용의 실패와 잘못된 적용 사이의 뚜렷한 경계 설정이 어렵다는 점을 지적한다. 양자논리학자들은 기존의 2치 논리나 배분법칙이 양자역학에 적용되었을 경우 적용에 실패한다고 주장하면서 기존 논리학에 대한 다양한 수정안들을 제시해왔다. 양자논리학의 위상을 둘러싼 논쟁은 수학을 자연과학이나 자연현상에 적용하는 경우에 적용의 근거의 고수 여부를 결정하는 것은 매우 복잡한 문제임을 시사한다. 수학의 적용이 항상 성공적인 적용이라는 박정일 박사의 주장은 이에 대한 논의를 생략한 단순 명쾌한 단정으로 보인다.

박정일 박사의 논문 「튜링의 다리는 무너질 것인가?」는 수학에서의 모순과 그 적용에 관한 튜링/비트겐슈타인의 논쟁에서 어떻게 비트겐슈타인의 입장이 정당화될 수 있는지를 탁월한 방법으로 논증하고 있다. 특히 튜링/비트겐슈타인 논쟁을 해결하기 위해 박정일 박사가 준비한 네 가지 입론의 내용과 논리는 아주 흥미롭고 참신하다. 그 중에서 이론의 여지가 있는 곳들을 추려 논의해보고자 한다.

- 1) 박정일 박사(박정일 2001, p. 329)는 놀이로서의 수학과 적용의 개념이 독립적임을 주장한다. 그 근거로 다음과 같은 비트겐슈타인의 언명을 인용하고 있다.

수학이 놀이라고 말하는 것은 다음을 뜻할 것이다: 증명하는 데 있어서 우리는 기호들의 의미에, 따라서 그것들의 수학 외적 적용에 결코 호소할 필요가 없다. (RFM, IV, 4)

나는 이렇게 말하고 싶다: 수학의 기호들이 평상복 차림으로도 사용된다. 이는 수학에 본질적이다.

기호놀이를 수학으로 만드는 것은 수학 외부의 사용이며, 따라서 그 기호들의 의미(Bedeutung)이다. (RFM, IV, 2)

그러나 위의 인용문은 박정일 박사의 주장을 뒷받침해주는 것으로 보기 어렵다. 인용문에서처럼 기호를 수학적 기호로 국한할 때 첫 번째 단락은 다음을 말하고 있다.

기호놀이의 외적 적용은 그것이 수학이기 위한 필요조건이 아니다.

그리고 인용문의 나머지 단락은 다음을 말하고 있다.

기호놀이의 외적 적용은 그것이 수학이기 위한 충분조건이다.

따라서 위의 인용문을 바탕으로 했을 때 놀이로서의 수학과 적용의 개념에 대한 비트겐슈타인의 입장은 최종적으로 다음과 같다고 본다.

기호놀이의 외적 적용은 그것이 수학이기 위한 충분조건이기는 하지만 필요조건은 아니다.

이 해석이 옳다면 수학은 그 적용과 완전히 독립해있지 않다. 그렇다면 놀이로서의 수학과 적용의 개념을 명확히 구분하는 박정일 박사의 입론은 재고되어야 할 것이다.

- 2) 박정일 박사는 수하이론의 적용과 자연과학이론의 적용 사이의 차이에 대해 다음과 같이 말한다.

수하이론에 대한 적용은 “제대로 적용하는 경우”와 “잘못 적용하는 경우”로 구분될 수 있는데, 이 때 “제대로 적용하는 경우”는 항상 성공하는 적용이라고 우리는 말할 수 있는 반면에, “잘못 적용하는 경우”는 “실패한 적용”이라고 말할 수 없다. 이는 자연과학이론에 대한 적용과 비교할 때 더 분명해진다. 예컨대, 어떤 사람이 뉴턴의 역학을 적용하여 태양 뒤쪽에 있는 어떤 별이 관측되지 않을 것이라고 예측했다고 하고, 또 어떤 다른 사람이 아인슈타인의 상대성 이론을 적용하여 그 별이 관측될 것이라고 예측했다고 하자. 이제 실제로 그 별이 관측되었다고 하자. 그러면 우리는 이제 뉴턴의 역학을 적용하는 것은 실패했지만 아인슈타인의 이론을 적용하는 것은 성공했다고 말하게 될 것이다. 그것들은 둘 다 “제대로 적용한 경우”이지만 전자는 그 적용에서 실패했고, 후자는 그 적용에서 성공했다.(박정일 2001, p.330)

논리적 관점에서 보자면 어떤 이론 T가 어떤 사건 e를 예측했는데 그 예측이 맞지 않았다면, 그 이론 T는 후건 부정의 원리에 의해 부정된다.

$$\begin{array}{l} T \supset e \\ \sim e \\ \hline \therefore \sim T \end{array}$$

인용문에 나타난 박정일 박사의 추론은 부정식(Modus Tollens)으로 알려

진 위의 논리식에 근거한 것 같다.

그러나 실제의 과학에서의 사정은 이렇게 간단명료하지만은 않다. 예측에 실패하는 가설들이 이론으로 승격되기 이전 단계에서 폐기되는 것은 사실이지만, 예측에 일정한 성공을 거두고 이론으로 승격된 것들은 사정이 다르다. 첫째, 이들 이론들은 이미 일군의 확증 사례들을 거느리고 있기 때문에 예측에 한 두 번 실패한다 해도 쉽사리 그것을 실패로 자인하지 않는다. 앞으로 보겠지만 어떠한 경우를 예측의 진정한 실패로 간주해야 하는지에 대해서 분명한 기준이 없다는 것도 이러한 태도를 부추긴다. 이에 대한 역사적 사례는 쿤(Kuhn 1962)의 과학사가, 그리고 이러한 태도가 어떻게 정당화될 수 있는지는 콰인(Quine 1951; 1990)의 논리적 작업이 각각 잘 보여주고 있다.

둘째, 과학이론이 예측에 실패하(는 것처럼 보이)는 까닭은 그 이론이 틀려서라기보다 그 이론의 적용 범위가 애매해서인 경우가 상당수이다. 이론이 처음부터 자신의 적용 범위를 확정적으로 규정하고 나오는 경우는 많지 않다. 적용 범위를 확정하고 나온 이론의 경우에도 그것이 일정한 문제를 해결하는데 성공한 뒤에는 인접한 문제들에 대해서도 그 적용이 시도되곤 한다. 이 경우에 일어날 수 있는 적용의 실패는 실패가 아니라 잘못된 적용일 뿐이다. 박정일 박사가 인용문에서 예로 든 뉴턴 역학의 적용의 경우에 대해서도 그것을 적용에 실패한 경우로 단정하기 어렵다. 오히려 그 적용 범위에 뚜렷한 제한이 가해지지 않았던 뉴턴 역학이 자신의 적용 범위를 보다 선명히 갖게 되는 것으로 볼 수 있다. 요컨대 인용문에서 뉴턴 역학은 적용에 실패했다기보다 잘못 적용되었다는 것이 더 올바른 표현일 것이다. 자연과학이론의 잘못된 적용과 적용의 실패가 언제나 선명히 구분되는 것은 아니다. 그렇다면 이러한 구분에 근거해서 수학의 적용을 자연과학이론의 적용과 대비시키는 박정일 박사의 논의는 확실성을 얻지 못할 수 있다.

박정일 박사(박정일 2001, pp.332-333)는 수학의 제대로 된 적용이 항상 성공적인 적용임을 논증하는 과정에서 어떤 보편 문장과 어떤 특수한 사

건의 관계로서 적용의 개념을 다음의 삼단논법과 비교한다.

모든 사람은 죽는다.
 김구는 사람이다.
 그러므로 김구는 죽는다.

여기에서 박정일 박사는 대전제를 언어적인 것으로서 파악하고 결론을 특수 사건으로서 파악하며 소전제를 생략해서 다음과 같은 적용의 개념을 얻는다.

모든 사람은 죽는다. (보편명제)
 김구는 죽는다. (특수한 사건)

김구는 사람이다. (생략된 전제)

박정일 박사는 생략된 전제를 “적용의 근거”라고 부른다. 그리고 “모든 사람은 죽는다”라는 보편 명제가 김구가 죽는 특수한 사건에 적용될 수 있는 근거는 김구가 사람이라는 점, 또는 우리가 그렇게 간주한다는 점에 있다고 말한다.

박정일 박사는 이를 바탕으로 자연과학적 명제에 대한 적용의 경우를 살펴본다. “모든 백조는 하얗다”라는 보편 명제를 어떤 백조 A에 적용하려고 하는데 A가 돌연변이여서 검다고 하자. 그러면 우리는 여기에 대해서 어떻게 말하게 될 것인가? 여기에서 적용의 근거는 “A는 백조이다”이다. 박정일 박사는 우리가 이 적용의 근거를 고수하게 될 것이라고, 즉 여전히 A가 백조라고 말하게 될 것이라고 주장한다. 그리고 A는 가정상 검다. 그래서 그는 우리가 적용항 “모든 백조는 하얗다”를 수정하게 될 것이라고 말한다.

그러나 위의 예에서 적용의 근거를 고수해야 할 것인지 아닌 지의 문

제는 쉽게 단정할 수 없는 복잡한 문제라고 생각한다. 돌연변이인 검은 백조가 있다면 우리는 그 백조의 돌연변이 정도가 어느 만큼인지를 정밀 조사하고 난 뒤에야 그것을 백조라고 부를지의 여부를 신중히 결정할 것이다. 그리고 이는 전적으로 생물 분류학의 문제이다.¹⁾ 검은 백조도 백조라는 박정일 박사의 주장은 우리말의 어법상 일종의 모순이라는 점도 지적하고 싶다. 백조(白鳥)라는 낱말에 이미 그것의 색깔(白)이 규정되어 있기 때문이다.

양자역학의 논리적 기초에 관심을 가진 일군의 논리학자(Lambert 1969a), 수학자(Birkhoff and von Neumann 1936), 철학자(Reichenbach 1944; Putnam 1969)들은 기존의 2치 논리나 배분법칙이 양자역학에(예컨대 쌍슬릿 실험 결과의 서술에) 적용되었을 경우 적용에 실패한다고 주장하면서 기존 논리학에 대한 다양한 수정안들을 양자논리학이라는 이름 하에 제시해왔다. 양자역학이 정말 기존의 논리학을 위배하고 있는지, 2치 논리나 배분법칙이 양자역학에 적용되었을 경우 발생하는 사건이 적용의 실패인지 혹은 잘못 적용한 경우인지는 아직도 해결을 보지 못한 난제들이다. 그 주요한 이유는 다양하게 제시된 양자논리학이나 양자역학의 형식 체계에 문제가 있어서라기보다 양자역학의 해석 문제가 아직 정리되지 않은 상태이기 때문이다. 양자논리학의 위상을 둘러싼 논쟁은 수학을 자연과학이나 자연현상에 적용하는 경우에 적용의 근거의 고수 여부를 결정하는 것이 매우 까다롭고 복잡한 문제임을 시사한다. 이러한 상황을 감안할 때 수학의 적용이 항상 성공적인 적용이라는 박정일 박사의 주장은 그 과정에 대한 논의를 생략한 단순 명쾌한 단정으로 보인다. 나는 거기에 생략된, 과정에 대한 심도 있는 논의가 유효할뿐더러 절실히 필요하다고 본다.

1) 박정일 박사의 논의는 이를 문제삼지 않거나 생략한 채 애초부터 A를 백조로 가정, 혹은 규정한 상태에서 전개되는 것으로 해석될 수도 있다. 그렇다면 모든 것은 그가 구성한 삼단논법을 닮은 형식논리적 추론의 타당성 문제로 간단히 환원된다. 이러한 환원적 해석에 논리적 결함이 있는 것은 아니지만 정작 다루어져야 할 문제가 빠져있다는 인상을 지우기 어렵다.

적용의 근거를 고수할 것인지에 대한 논의 과정을 생략했을 때 (a) 박정일 박사가 예로 든 검은 백조의 경우, (b) 뉴턴 역학의 경우, 그리고 (c) 내가 예로 든 양자역학의 경우는 다음과 같은 동일한 등식 E에 대한 세 가지 해석으로 정리할 수 있다.

$$\text{(등식 E)} \quad L + P' = L' + P$$

- (a) L과 L'에 각각 적용의 근거의 고수("A는 백조이다")와 수정을 대입하고, P와 P'에 각각 적용항("모든 백조는 하얗다")의 고수와 수정을 대입하자. 그렇다면 등식의 좌변은 검은 새 A가 백조라는 것을 고수하는 대신 "모든 백조는 하얗다"라는 보편 명제를 수정하는 경우이고, 우변은 검은 새 A를 백조로 인정하지 않는 대신 "모든 백조는 하얗다"라는 보편 명제를 고수하는 경우이다.
- (b) L과 L'에 각각 뉴턴 역학의 제대로 된 적용과 잘못된 적용을 대입하고, P와 P'에 각각 뉴턴 역학의 고수와 수정을 대입하자. 그렇다면 등식의 좌변은 박정일 박사가 8페이지에서 든 예를 뉴턴 역학이 제대로 적용된 것으로 보고 뉴턴 역학을 수정하는 경우이고, 우변은 뉴턴 역학이 잘못 적용된 것으로 보고 뉴턴 역학을 고수하는 경우이다.
- (c) L과 L'에 각각 고전 논리학의 제대로 된 적용과 잘못된 적용을 대입하고, P와 P'에 각각 고전 논리학의 고수와 수정을 대입하자. 그렇다면 등식의 좌변은 내가 예로 든 양자역학의 상황을 고전 논리학이 제대로 적용된 것으로 보고 고전 논리학을 수정하는 경우이고, 우변은 고전 논리학이 잘못 적용된 것으로 보고 고전 논리학을 고수하는 경우이다.

(a), (b), (c) 세 경우 모두 좌변과 우변은 각각 등식 E를 만족시키는 방식으로 해석될 수 있다. (a), (b), (c) 세 경우 모두 등식의 좌, 우변 어느 쪽을 택해도 결과는 다른 쪽을 택했을 때와 다르지 않다. 콰인-듀앙 테제

로 표현되는 전체론도 선택에 대한 이러한 자유방임적 태도를 부추길 수 있다. 그러나 실질적으로는 선택이 자의적으로 이루어지지 않는다. 각 경우마다 그에 연관되는 여러 가지 조건과 변수들을 고려해야 한다. 양자역학에 올바른 논리적 근거를 주기 위해 기존의 논리학을 양자논리학에 의해 수정, 혹은 대체하는 방안의 득실을 저울질하던 콰인(Quine 1970, p.86)은 기존의 논리학을 고수하는 입장을 택했다. 그러나 그러한 그도 논리학이 경험에 의해 수정될 수 있는 여지를 인정했다는 점에 우리는 주목할 필요가 있다(Quine 1951, 6절).²⁾

2) 적용의 문제를 벗어나 상대성 이론과 양자역학 자체에 대해서도 위의 등식을 가지고 설명할 수 있다.

상대성 이론: L과 L'에 각각 유클리드 기하학과 비유클리드 기하학을 대입하고, P와 P'에 각각 고전 물리학의 일정한 법칙들의 고수와 수정을 대입하자. 그렇다면 좌변은 유클리드 기하학을 고수하는 대신 고전 물리학의 법칙들을 수정하는 경우(포앙카레)이고, 우변은 비유클리드 기하학을 도입함으로써 그 법칙들을 그대로 고수하는 경우(아인슈타인)이다.

양자역학: L과 L'에 각각 고전 논리학과 양자논리학을 대입하고, P와 P'에 각각 기존의 일정한 물리적 서술들의 고수와 수정을 대입하자. 그렇다면 좌변은 고전 논리학을 고수하는 대신 기존의 물리적 서술들을 수정하는 경우(콰인)이고, 우변은 양자논리학을 도입함으로써 그 서술들을 그대로 고수하는 경우(라이헨바허/퍼트남)이다.

앞서와 마찬가지로 이 두 경우에도 등식의 좌, 우변 어느 쪽을 택해도 결과는 다른 쪽을 택했을 때와 다르지 않다. 콰인-듀앙 테제는 선택의 여지를 충분히 열어주고 있다. 그러나 분명 선택은 이루어지며 그 과정에는 결코 자의적이지 않은 심사숙고가 수반된다. 예컨대 과학사는 포앙카레가 아닌 아인슈타인의 손을 들어주었다. 거기에 그럴만한 충분한 이유가 있었다는 것은 아인슈타인 패러다임의 눈부신 성공이 대변해주고 있다. 상대성 이론과 양자역학에 대한 위의 논의에 관해서는 각각 다음을 참조할 것. Carnap 1966, 15장; Redhead 1987, p.153.

참 고 문 헌

- 박정일. (2001) 「튜링의 다리는 무너질 것인가?」, 『생명공학시대의 철학적 성찰: 제 14회 한국철학자대회보 (1)』.
- Birkhoff, G., and J. von Neumann. (1936) "The Logic of Quantum Mechanics," *Annals of Mathematics*, Vol. 37.
- Carnap, R. (1966) *Philosophical Foundations of Physics*. Ed. M. Gardner. New York : Basic Books.
- Kuhn, T. (1962) *The Structure of Scientific Revolutions*. 2nd edition. Chicago: University of Chicago Press, 1970.
- Lambert, K. (1969a) "Logical Truth and Microphysics," Lambert 1969b에 수록.
----- (ed.) (1969b) *The Logical Way of Doing Things*. New Haven: Yale University Press.
- Putnam, H. (1969) "The Logic of Quantum Mechanics," Putnam 1975에 재 수록.
----- (1975) *Mathematics, Matter and Method*. 2nd edition. Cambridge: Cambridge University Press, 1979.
- Quine, W. (1951) "Two Dogmas of Empiricism," Quine 1953에 재수록.
----- (1953) *From a Logical Point of View*. 3rd edition. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1980.
----- (1970) *Philosophy of Logic*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall.
----- (1990) *Pursuit of Truth*. Revised edition. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1992.
- Redhead, M. (1987) *Incompleteness, Nonlocality, and Realism*. Oxford: Clarendon Press, 1989.
- Reichenbach, H. (1944) *Philosophic Foundations of Quantum Mechanics*. Berkeley: University of California Press.

Wittgenstein, L. (RFM) *Remarks on the Foundations of Mathematics*. Ed. G. H. von Wright, R. Rhees, and G. E. M. Anscombe, trans. G. E. M. Anscombe. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1956.