허구론적 수리철학의 허구적 메타논리학

박우석
연세대 강사

후세의 사가는 20세기말의 수리철학을 "백가쟁명의 시대"로 규정하지 않을까 예상된다. 세기초 "수학의 위기"와 수학토대론의 발흥으로 황금기를 구가했던 수리철학은 괴델의 불완전성 정리의 증명 이후 조락의 길을 걸을 수 밖에 없었던 것 같다. 이러한 흐름을 역전시킬 탈출구의 모색은 다양한 방식으로 꾸준히 계속되어, 한쪽 극단의 프레게의 체계가 러셀의 역리에 무너지지 않는다는 것을 입증하려는 반동적인 움직임과 그리고 반대쪽 극단의 토대론적 연구를 완전히 포기하고 실제 수학자들의 관행에 굴복하려는 태도 사이에서 경우에 따라 기상천외하기까지 한 새로운 수리철학들을 양산하고 있다.[1] 아마도 이러한 새로운 시도들 가운데서 가장 많은 논란을 불러 일으키고 있는 것이 Hartry Field의 허구론(fictionalism)일 것이다.[2] 1980년에 출판된 그의 *Science without Numbers* 는 곧 당대의 수리철학자들의 주목을 끌어 무수한 서평의 대상이 되었고, 과학철학의 분야에서 가장 탁월한 저작들에 주어지는 Lakatos 상을

---

1) 필자는 전자의 예로 N. Cocchiarella를, 후자의 예로 Nicolas Goodman을 염두에 두고 있다. 최근 출판된 수리철학 분야의 저서들만 훑어보아도 Kitcher, Chihara, Shapiro, Hellman, Maddy, Parsons 등이 다양한 입장을 표방하고 있음을 알 수 있다.

2) Field 자신이 'deflationism', 'nominalism', 'fictionalism'등으로 자신의 입장을 이름붙히고 있는데, 이들 각각이 조금씩 다른 함축을 가지지만, 이 글의 이해를 위해서는 이것들을 동의어로 취급해도 큰 문제가 없을 것이다. Field의 초기 저작들에 관한 논의는 이윤일(1992), 이종권(1993) 참조.

받기도 했다.[3] 이 모든 영예가 가히 엽기적인 그의 입장이 사변초가를 불사함으로써 가능했다는 사실은 자못 흥미롭다. 그러나 더욱 놀라운 일은 초정밀 메타논리학 미사일들이 난무하는 고군분투의 난국 속에서 그가 백절불굴의 기개를 뽐내듯 오히려 전선을 확대하며 논리학자들의 본진을 역습하고 있다는 것이다.[4] 여기 소크라테스의 격려를 받은 테아이테토스의 후예가 있을진대 승부를 떠나 귀동냥한 그의 무용담을 기록함이 마땅하지 않겠는가?

1. Field의 프로그램

Field의 허구론적 수리철학은 어떠한 추상적 존재자도 있지 않다는 의미에서 유명론에 그 기반을 두고 있다. 여기서 물론 '추상적 존재자'라는 용어가 완벽하게 명료한 것은 아니지만 수, 함수, 집합등의 수학적 존재자들이 추상적인 것은 분명하고, 유명론을 옹호하는 Field는 의당 이것들이 현실적으로 존재한다는 것을 부정한다. 추상적인 수학적 존재자들은 현실적으로 존재하지 않는 허구에 불과하므로, 그에 따르면, 이것들에 관한 주장인 수학의 명제들은 엄격한 의미에서 참이 아니다.[5]

이러한 Field의 입장은 우리의 상식을 초월할 뿐만 아니라 실제로 활동 중인 전문 수학자들의 기본가정과도 전면으로 충돌한다. 수학자들은 명백히 수, 함수, 집합 따위의 존재자들에 관하여 연구하고 있고, 그 결과 그것들에 관해 참인 명제들을 산출한다고 믿고 있다.

---

3) H. Field, *Science without Numbers*, (Princeton: Princeton University Press, 1980). M. Friedman, "Review of Field (1980)", *Philosophy of Science*, 48, (1981), 505-6; D. Malament, "Review of Field (1980)", *Journal of Philosophy*, 79, (1982), 523-34; M. Resnik, "Review of Field (1980)", *Nous*, 27, (1983), 514-19; S. Shapiro, "Review of Field (1980)", *Philosophia*, 14, (1984), 437-44.

4) 이 점은 그의 최근 논문 "Metalogic and Modality", *Philosophical Studies*, 62 (1991), 1-22 에서 아주 분명히 드러난다.

5) Field (1980), 1.

수학자가 아니더라도 과학의 시대에 살고 있는 모든 현대인은 수학에서 배운 바가 참이라고 믿지 않고서는 단 하루도 살 수 없을 것처럼 보인다. 그들은 모두 수학에 있어서의 무반성적 또는 암묵적 실재론자요 플라톤주의자이다.

그러나 주지하듯 수학에서의 실재론은 어떻게 추상적 존재자들을 경험할 수 있느냐에 관해 설명해주지 못한다는 명백한 인식론적 취약점을 가지고 있다.[6] 그 까닭에 수학에서의 실재론과 비실재론 간의 논쟁에서 증명의 부담은 어김없이 전자의 몫이다. 그러나 Field가 보기에 실재론을 옹호하는 논변들 가운데 가치있는 것은 오직 소위 "필요불가결성 논변(indispensability argument)"뿐이다.[7] 최근 Quine에 의해 여러차례 사용되었고, 또 Putnam에 의해 가장 정교하게 표현되었다는 이유에서 Quine-Putnam 논변이라고 흔히 호칭되는 이 논변의 구조는 아주 간단하다.[8] "우리가 과학을 함에 있어 수학의 사용은 필요불가결하다/ 그러므로 수학에서 논의되는 존재자들은 있다고 해야 한다". 이 논변에는 명백히 사람에 호소하는 논증(ad hominem)의 혐의가 있다. 과학을 그만 두려면 모를까 그렇지 않다고 한다면 수학적 존재자들을 부정할 입장이 못된다는 사고의 흐름이 약여하기 때문이다. 그러나 늘 그렇듯 논쟁 상황에서 이러한 유형의 논변은 강력한 힘을 발휘하게 마련이다.

Field는 어쩌면 실재론자들보다도 훨씬 더 이 논변의 위력을 절감하고 있는듯 하다. 참이 아닌 수학의 이론들이, 허구의 집적에 불과한 수학의 체계들이 과학에 유효하게 적용된다는 놀라운 사실에 그는 온 신경을 집중한다. 어떻게 수학의 유용성을 부인하지 않으면서도 필요불가결성 논변에 굴복하지 않을 수 있는가? 필요불가결성 논변과 정면대결하여 그것을 논파하는 일에 그는 자신의 철학의 성

---

6) 이 점은 Field가 여러 곳에서 강조하고 있다.

7) Field (1980), 2. 이보다 더 강경한 실재론적 논변유형은 프레게에 연원하는 것인데 Field는 Hale, Wright등과의 논쟁을 통해 이에 대해서 신랄한 비판을 가하고 있다. 정 인교 (1993), Field (1989), 1장, 5장 참조.

8) 이 논변이 가장 상세히 제시된 것으로 Field는 H. Putnam, (1971), *Philosophy of Logic* 을 꼽는다.

패를 건다. 이 작업은 크게 두 부분으로 이루어진다. 수학의 보수성을 입증함으로써 수학이 허구임에도 불구하고 여하히 과학에서 유용할 수 있는지를 해명하는 일과 실제로 수학적 존재자들을 완전히 배제한 유명론적 과학이론을 만들어 보이는 일이 그것이다.[9]

이 두가지 작업 모두 수리철학과 과학철학에 있어 굉장히 중요한 가치를 지니고 있고, 그 둘 중 어느 것이 더 중요하다고는 말할 수 없으나, 이 글에서는 수학의 보수성 문제에 집중하려고 한다. 물론 Field의 프로그램의 완성은 과학 전체를 수학을 쓰지 않고 재구성해 보이는 일일 것이다. 어쩌면 Field 자신도(최소한 Field 1980에서는) 이 일에 더욱 힘을 기울였는지도 모른다. 그러나 거기서 Field가 유명론화한 과학은 과학 전체를 염두에 둘 때 빙산의 일각에 불과할 뉴튼의 중력이론이었다. 과학 전체를 유명론화하는 일의 완성 여부를 척도로 Field의 성과를 평가해야 한다면, 별로 더 논의할 바가 없다. 그는 이제 막 그 일에 착수한데 불과하니까. 프로그램으로서의 유망성을 척도로 Field의 성과를 논의한다 해도, 어떤 의미에서 별로 논의할 바가 없다. 그는 이미 미증유의 성공을 거두었으니까. 따라서 Field를 문제삼는 철학자들이 대부분 수학의 보수성 주장이란 이론적 문제에 초점을 맞추고 있는 것은 지극히 당연한 일로 여겨진다.[10]

2. 수학의 보수성 개념

수학의 보수성 개념을 정확하게 규정하기 위해 Field(1980)는 우선 다음과 같은 예비사항들을 정리해 둔다. 얼핏 수학의 보수성 주장은 어떤 수학 이론 S와 어떤 유명론적 주장들의 체계 N에 대해 N+S는 N의 보수적 확장(conservative extension)이라는 것 같다. 그러나 유명론적 이론인 N이 추상적 존재자들을 배제하는 까닭에

9) Field는 여러 곳에서 이 두가지 작업에 관해 언급하고 있다.

10) Malament (1982)가 아마 유일한 예외일 것이다.

N+S는 비일관적일지 모르고, 따라서 다소의 보완이 필요하다. 이 문제를 다루기 위해서, 첫째, 'x는 수학적 존재자다'를 의미하는 일항 술어 'Mx'를 도입한다. 둘째, 유명론적으로 진술된 임의의 주장 A에 대해 A^*를 a의 각 양화사를 '$-Mxi$'라는 정식으로 제한함으로써 얻어지는 주장이라 하기로 한다. (예를 들어, A가 $\forall xFx$이면, A^*는 $\forall x(-Mx \supset Fx)$가 되고, A가 $\exists xFx$이면, A^*는 $\exists x(-Mx \& Fx)$가 된다.) 셋째, 임의의 유명론적으로 진술된 주장들의 체계 N에 대해 N^*이 N 내의 A에 대응되는 모든 주장 A^*들로 이루어진다고 하자. 이제 N^*은 N의 불가지론적 판본이다. 예를 들어, 만약 N이 모든 대상들이 뉴튼의 법칙들을 따른다고 말하면, N^*은 모든 비-수학적 대상들이 뉴튼의 법칙들을 따른다고 말하지만 그렇지 않은 수학적 대상들의 가능성은 허용하기 때문이다. 통상의 논리학에서 우리는 편의상 우주 내에 최소한 하나의 사물이 있다고 가정하므로, Field는 현실적으로 N^*이 지나치게 불가지론적이라 보고, 실제로 N^* + '$\exists x$-Mx'이 N의 불가지론적 내용을 보여준다고 지적한다.

이제 Field는 수학의 보수성 주장을 다음과 같이 정식화한다:[11]

> 원리 C('conservativeness'): A를 임의의 유명론적으로 진술가능한 주장이라 하고, N을 그런 주장들의 체계라 하며, S를 임의의 수학 이론이라 하자. 그러면, A가 N의 귀결이 아닌 한 A^*는 N^*+S+'$\exists x$-Mx'의 귀결이 아니다.

그에 의하면, 이 원리는 이보다 다소 더 강하고 또 다소 더 명백한 다음의 원리로부터 따라나온다:

> 원리 C′: A를 임의의 유명론적으로 진술가능한 주장, 또 N을 그런 주장들의 임의의 체계라 하자. 그러면, A^*는 그것이 N^*으로부터만의 귀결이 아닌 한 N^*+S의 귀결이 아니다.

또한 이 원리는 이보다 더 명백하게 여겨지는 다음의 원리와 동치

11) Field (1980), 12.

라 한다:

> 원리 C″: A를 임의의 유명론적으로 진술가능한 주장이라 하자. 그러면, A^*는 그것이 논리적으로 참이 아닌 한 S의 귀결이 아니다.

Field는 우리의 수학 이론들이 원리 C″를 만족시킨다는 것은 명백하다고 본다. 수학 이론들은 보통 '모든 가능세계에서 참'이고 '선험적으로 참'인 것으로 간주되기 때문이다. 수학 이론들을 그런 식으로 특징지우는 일에 이의를 제기할 수도 있겠지만, 만약 수학 이론들이 구체적 대상들에 대해 논리적으로 참이 아닌 결과들을 함축한다면, 도대체 그 어느 양식있는 인사가 수학 이론들을 그렇게 간주할 수 있는지 애당초 납득하기 어렵다고 Field는 생각한다.[12]

또 Field에 따르면, 마찬가지 논변이 원리 C′에도 동기를 부여해준다. 만약 수학이 유명론적 주장들의 체계 N^*과 더불어 N^*만의 논리적 귀결이 아닌 주장 A^*를 함축한다면, 수학 이론의 참됨은 논리적으로 일관된 주장들의 체계 $N^* + -A^*$가 참이 아님에 따라 결정되게 될 것이다. 그러나 구체적 대상들에 대한 그런 일관된 주장들의 체계가 참이라는 것은 틀림없이 가능하고 결코 선험적으로 거짓이지 않다. 그렇다면 원리 C의 실패는 수학이 '모든 가능세계에서 참'이거나 '선험적으로 참'일 수 없음을 보여주게 될 것이다. 따라서 Field는 많은 사람들이 수학이 그러한 특징을 지닌다고 생각한다는 사실이 수학이 원리 C′와 원리 C를 진실로 만족시킨다는데 대해 얼마간의 증거가 되어준다고 여긴다.[13]

물론 위의 논변이 결정적이 못된다는 점을 Field는 잘 알고 있다.

---

12) Field (1980), 12.

13) Field (1980), 13. Field는 보고된 바와 같이 수학의 보수성을 우선 비형식적으로 논변한 다음 두가지 수학적 논변들을 통해 그것을 확고히 떠받치려 한다. 첫번째 수학적 논변은 집합론적 관점에서 통상적인 집합론이 보수적임을 증명하려 한다. 표준적 수학이 집합론으로 환원가능하므로 이는 수학의 보수성을 아울러 증명하는 것이 된다. 두번째 수학적 논변은 순수 증명이론적인 것으로 오직 표준적 집합론이 일관적이라는 가정에만 의거하여 다소 제한된 형태의 보수성 주장을 확립하려 한다. Field (1980), 16-19.

표준 수학이 비일관적임이 밝혀질 수도 있고, 만일 그것이 비일관적이면, 그것은 확실히 보수적이지 않게 되는 까닭이다. 그러나 Field에 의하면, 표준 수학이 비일관적이라는 증명을 우리는 지극히 놀라운 일이요 표준 수학이 수정을 요한다는 사실을 보여주는 것으로 간주할 것이다. 그리하여 Field는 "좋은 수학은 보수적이다; 기존의 수학이 보수적이지 않다는 발견은 그것이 좋지 못했다는 사실의 발견이 될 것이다"라고 선언한다.[14]

위에서도 지적했듯이, 수학이 보수적이라면 그것은 허구임에도 불구하고 유명론적 공리체계가 주어지는 한 유용하게 쓰일 수 있다는 것이 Field의 주장이다.[15] 심지어 그는 (과학을 공리화하는데 있어서의 수학의 역할을 무시한다면) 원리 C를 만족시키는 일이 수학 이론들의 본질적 속성으로 여겨진다고 주장한다.[16] 그에 따르면, 수학 이론들이 '모든 가능세계에서 참'이라는 플라톤주의자의 주장도 수학이 보수성이란 본질적 속성을 보유한다는 사실에 의해 동기를 부여받은데 지나지 않는다. 수학의 공리들은 참이 아니라 허구에 불과하므로 그것들이 선험적이라는 것은 매우 특수한 의미에서 이다. 또 어떤 수학 이론이 다른 것보다 우월하다는 것도 그것이 참이기 때문이 아니라 이 세계에 관한 한 그것들이 다른 것들보다 더 유용하다는데 지나지 않는다고 한다. 따라서 수학이 어떤 의미에서 경험적이라면, 그것은 그 수학 이론이 어떤 경험적 문제에 있어 유용하다고 하는 매우 특수한 의미에서 그러할 뿐이다.[17] 이러한 생각은 Field가 스스로 지적하듯 순수 수학을 분석적 진리로 보았던 논리실증주의자들의 입장을 연상시킨다. 중요한 차이점은 Field에게 있어 수학의 명제들이 참이 아니라는데 있다.[18]

14) Field (1980), 13.
15) Field (1980), 14.
16) Field (1980), 같은 곳.
17) Field (1980), 14-5.
18) Field (1980), 15-6.

3. Shapiro의 비판[19]

Shapiro는 과학의 어떤 유명론적 주장은 오직 그것이 유명론적 이론으로부터 만으로도 귀결될 경우에만 (유명론적 이론과 수학이) 결합된 이론의 귀결이 되므로 수학적 이론들이 과학 내의 유명론적 이론들에 관해 보수적이라는 Field의 논변이 의미론적 귀결과 연역적 귀결 간의 애매성 및 일차 언어와 이차 언어의 애매성으로 인해 크게 손상되었다고 진단한다. 그리고 이러한 문제점들은 "Field의 프로그램 내의 어떤 온당한 물리적, 수학적 이론들에 대해서도 그 수학이론이 철학적으로 유관한 방식으로 보수적이지 않거나 그 수학이 통상적인 방식으로 물리이론에 적용되지 않는다"는 결론을 초래한다고 주장한다.[20]

의미론적 귀결과 연역적 귀결의 애매성을 제거하고 그들의 차이를 강조하기 위해 Shapiro는 의미론적 보수성과 연역적 보수성을 다음과 같이 규정한다:

> S가 N에 대해 의미론적으로 보수적이면, 그리고 오직 그럴 때만, 유명론적으로 진술 가능한 각각의 주장 A에 대해 만일 A가 N+S의 모든 모델들에서 참이면, A는 N의 모든 모델들에서 참이다.

> S가 N에 대해 연역적으로 보수적이면, 그리고 오직 그럴 때만, 유명론적으로 진술 가능한 각각의 주장 A에 대해 만일 A가 N+S의 정리이면, A는 N의 정리이다.[21]

일차 언어와 이차 언어의 애매성이 문제가 되는 까닭은 일차 서열의 이론들의 경우에는 괴델의 완전성 정리가 연역적 귀결과 의미론적 귀결이 동연적임을 함의하는 반면, 이차 서열의 이론들의 경우에

19) S. Shaipiro, "Conservativeness and Incompleteness", *Journal of Philosophy*, 80, (1983), 521-31.

20) Shapiro (1983), 522.

21) Shapiro (1983), 525.

는 완전성 정리가 성립하지 않는다는데 있다.[22]

Shapiro에 의하면, 과학에 있어서의 Field의 프로그램은 수학에 있어서의 Hilbert의 프로그램과 다소 유사하다. Field의 프로그램에서 보수성이 하는 역할은 Hilbert 프로그램에서 일관성이 하는 역할과 유사하며, 그리하여 Shapiro는 Field의 프로그램이 괴델의 불완전성 정리들과의 연관하에 Hilbert 프로그램이 보인 난점들과 유사한 심각한 난점들을 가진다는 것을 보여주려 한다. 물리학 이론 N이 회기적으로 공리화가능하다는 것과 수학이론 S 내에서 N이 일관적임이 증명가능하다는 두가지 가정이 필요함을 밝혀두고나서 Shapiro는 일차 서열의 이론들의 경우와 이차 서열의 이론들의 경우를 나누어 고찰한다.[23]

Shapiro는 Field가 전개한 이차 서열 이론들의 경우부터 검토한다. 여기서 우선 그의 사고의 흐름을 간추려 보면 다음과 같다.[24]

1. Field에 의하면, 유명론적 과학에 있어서의 수학의 역할은 연역들을 간결하게 만드는데 있다.
2. 그러기 위해서는 수학의 물리학에 대한 연역적 보수성이 요구된다.
3. 그런데 Field는 오직 의미론적 보수성을 확립했을 뿐이다.
4. 그러나 집합론 S는 Field가 전개한 유명론적 물리학에 대해 연역적으로 보수적이지 않다.

따라서 4의 입증이 Field의 입장을 무너뜨리는 일의 관건이다. 4는, 다시 말해서, 언어 N 내에 $S + N \vdash \theta$ 이나 $-(N \vdash \theta)$ 인 문장 θ가 있다는 것이다. 이 결과의 핵심적인 아이디어는 시공 점들의 집합은 R^4 와 동형적이므로 자연수들을 시공간에 모델시키는 일이 가능하고, 결과적으로 N 내에서 산수를 하는 일이 가능하다. 그리고 여기

22) 여기서는 물론 헨킨 모델이 아니라 표준 모델을 채택하는 것을 전제로 하고 있다. 김 영정, 박 우석, (1992) 참조.

23) Shapiro (1983), 524.

24) Shapiro (1983), 524-529.

서 θ는 괴델문장이 된다. Shapiro의 증명은 다음과 같이 재구성될 수 있다.

(정의 1) N 내에서 시공적으로 동등하게 간격지워진 구역은 그것들 모두가 단일한 직선 위에 있고 옆의 점들과의 거리가 제일적인 점들의 집합이다.
(정의 2) $\Psi(R, p)$는 "R이 p를 종점으로 포함하는 시공적으로 동등하게 간격지워진 구역이다"와 동치인 정식이다.
(정의 3) R과 p에 대해 구성된 정식 $\Sigma(x, y)$는 "x와 y는 모두 R 내에 있고, R의 어떤 점도 엄격히 x와 y 사이에 있지 않으며, 만일 $x \neq p$이면 x는 엄격히 p와 y 사이에 있다"와 동치이다.
(정의 4) $ConN(\omega, 0)$은 자연수로 N의 일관성을 주장하는 문장이다.
(정의 5) $ConN(R, p)$는 R 내의 점들로 N의 일관성을 주장하는 정식이다.
(정의 6) θ는 $\forall R \forall p[\Psi(R, p) \supset ConN(R, p)]$이다.

(기본가정 1) N의 일관성은 집합론 S 내에서 증명가능하다.
(기본가정 2) N은 회기적으로 공리화 가능하다.

(주장) S의 N에 대한 보수성은 부정된다.
(주장') 언어 N 내에 $S+N \vdash \theta$ 이나 $-(N \vdash \theta)$ 인 문장 θ가 있다.

(주장' 1) $N + S \vdash \theta$
(증명)
1. $S \vdash ConN(\omega, 0)$(기본가정 1, 정의 4)
2. N+S 내에서 정식 $\Psi(R, p)$가 권적(categorical)임이 증명가능하다. (정의 2)
3. Ψ를 만족시키는 어떤 순서쌍 $\langle R, p \rangle$도 자연수들 $\langle \omega, 0 \rangle$와 동형적이다. (시공점들로부터 R^4로의 표상적 homomorphism이 존재한다는 사실로부터)

4. $N+S \vdash \forall R \forall p[\Psi(R, p) \supset (ConN(\omega, 0) \equiv ConN(R, p)]$ (정의 2, 5)
5. $N+S \vdash \theta$

QED.

(주장' 2) $-(N \vdash \theta)$

(증명)

1. $N \vdash \exists R \exists p \Psi(R, p)$ (정의 1, 2)
2. 만약 $\Psi(R, p)$가 성립하면, Σ 하의 $\langle R, p \rangle$는 빼아노 산수의 공리들을 만족시킨다.

(정의 3, N으로부터)

3. 괴델의 불완전성 정리들이 적용된다 (기본가정 2로부터)
4. $-(N \vdash \theta)$ (3, 불완전성 정리로부터)

QED.

Shapiro는 위와 같은 결과에 직면해 Field가 취할 수 있을 탈출의 혈로마저 미리 차단하고자 한다. Goodman류의 부분전체론적 논리에 관해 언급한 바로 미루어 볼 때, Field는 어쩌면 의미론적 보수성이 더 중요한 개념이라 주장할지도 모른다는 것이다. 그렇게 되면, N이 완전성을 지니는 2차 서열 논리학을 보유한 것으로 생각할지도 모르고, 따라서 어떤 주어진 문장이 N의 정리라는 것은 그것이 공리들의 의미론적 귀결이게 된다. 이에 대해 Shapiro는 이러한 반론의 문제점은 유명론자가 "2차 서열의 의미론적 귀결"을 설명할 길이 없다는데 있다고 지적한다:

> 통상의 정식화는 이론들의 모델 또는 해석들을 언급하는데, 이것들은 일견 유명론자가 쓸 수 없는 것들이다. 나아가서 콰인/퍼트넘 학파의 플라톤주의자에게는 어떤 경우들(특히 공리들이 오직 불가부번적 모델들을 갖는 경우들)에는 공리들의 2차 서열 귀결들을 얻기 위해 상당량의 수학이 필요하다고 주장하는 길이 여전히 열려 있다. 따라서 완전성을 지니는 2차 서열 논리학의 채택은 수학적 존재자들에 대한 그것 나름의 존재론적 개입(commitment)을 갖게될 것이다.[25]

Shapiro는 다른 기회에 동일한 논점을 제시하면서 해석들은 "집합론적 구성물들", 즉 수학적 존재자들이므로 허구론자가 쓸 수 없는 것이라고하고 있다.[26] 아래에서 살펴보게 되겠듯이, Field(1980)이 나오자마자 다수의 서평자들이 이와 동일한 노선의 비판을 가했고, 이에 따라 이 비판은 실상 Field 사상의 발전을 이해하는 열쇠이자 이 글 전체의 맥을 이어주는 중요한 논점이 되게 된다.[27]

일차 서열 이론들의 경우에는 완전성 정리가 성립하므로 Field의 논변들은 일차 언어로 표현된 유명론적 물리학 N′에 대한 수학의 보수성을 확립시킨다. 그럼에도 불구하고 Shapiro는 상황은 여기서 더 조악하다고 주장한다. N′+S 내에서 시공점들로부터 R^4로의 표상적 homomorphism의 존재를 증명할 수 없다는 것이다. 이것의 존재가 수학의 시공에의 적용의 결정적 측면이라고 Field가 보고 있으므로 이 점은 아주 중요하다. 결론적으로 수학은 통상적인 방식으로 일차 서열 유명론적 물리학에 적용될 수 없다고 Shapiro는 못박는다.[28]

4. Field의 답변

4a. Shapiro의 비판에 대한 Field의 답변[29]

앞 절에서 우리는 Shapiro가 의미론적 보수성과 연역적 보수성의 구별을 강조하고 Field가 오직 수학의 의미론적 보수성을 확립했을 뿐이라고 지적한 것을 살펴보았다. Field는 이에 대해 자신이 비록 각주에서이기는 하지만 Field(1980)에서 그 구별을 분명히했고, 또

25) Shapiro (1983), 528-9.

26) Shapiro, (1984), 442.

27) 예컨대 Resnik (1983), Chihara (1984), Detlefsen (1986) 참조.

28) Shapiro (1983), 529.

29) Field, "On Conservativeness and Incompleteness", *Journal of Philosophy*, 81, (1985), 239-60.

(보다 자연스러운) 의미론적 해석을 선호한다는 것을 명확히 밝혔음을 상기시킨다.[30]

따라서 문제는 Shapiro가 생각하듯 증명이론적 보수성 대신 의미론적 보수성을 택한 것이 철학적으로 잘못된 선택이냐 하는데 있다고 Field는 본다. 그가 보기에 Shapiro가 그렇게 생각하는 첫째 이유는 수학의 유용성을 설명하면서 [Field] 자신이 말한 바가 "쟁점이 되고 있는 것은 증명이론적 관념임을 전제하고 있다"는 점이다. 다시 말해서, "수학의 유용성이 수학 없이도 장황하게나마 여전히 연역될 수 있는 것들의 연역을 간결하게 해준다는데 있다"고 주장하면서 어떻게 의미론적 보수성이 쟁점이라고 아울러 주장할 수 있느냐는 것이다. Field는 이 비판에 대해 솔직히 잘못을 시인하며 다음과 같이 쓰고 있다:

> 내가 말했었어야 하는 바는 어떤 유명론적 주장이 유명론적 이론에다 수학을 더한 것으로부터 따라나옴을 아는 것이 그것이 유명론적 이론만으로부터 따라나옴을 아는 것보다 종종 더 쉽기 때문에 수학은 유용하다는 것이다.[31]

그러나, 이러한 수정을 가한다 해서 모든 문제가 해결되는 것은 아니어서, Field는 그가 보기에 더욱 심원한 Shapiro의 둘째 이유로 눈길을 돌린다. 그것은 Field같은 유명론적 입장에 의거하게 되면 증명이론적 개념으로 설명가능한 바를 넘어서는 논리적 귀결의 관념을 이해함에 있어 곤경에 처하리라는 것이다. Field는 기재된 여러가지 복잡한 쟁점들로 인해 이 반론에 답하기가 상당히 어렵다는 점을 고백하면서도, 자신의 기본적 입장만은 대담하게 제시한다. 문제와 유관한 귀결의 관념은 양상적으로 설명될 수 있고 양상은 가능세계나 모델 따위 플라톤주의적 존재자들을 동원해서 설명하지 않더라도 이해될 수 있다는 것이다.[32] 같은 곳에서 Field 자신이 명

30) Field (1985), 240. 여기서 언급된 각주는 Field (1980)의 주 30 (p. 130)을 가리킨다.

31) Field (1985), 241.

백히 하고 있듯이, Field(1980)에서는 "메타논리학적 관계들이 어떻게 이해되어야 하느냐"는 문제는 전혀 다루어지지 않았었고, 그 문제의 해결을 원초적 양상 개념들에서 찾을 수 있다고 보는 입장은 나중에 개발된 것이다. 우리는 다음 항에서 Field가 여기서 예고한 양상논리학에 의거한 메타논리학적 문제들의 해결을 논의할 것이다. 여기서는 조금 더 Field와 Shapiro 간의 공방에 주의를 쏟으려 한다.

유명론자가 의미론적 귀결을 설명하는데 따르는 만큼의 어려움이 증명이론적 귀결을 설명하는데도 따르는듯 싶다는 점을 짚어두고나서 Field는 황급히 자신이 완전성을 결여한 논리학을 사용한다는데 따를 문제점을 전혀 부인하는 것은 아니라고 덧붙여 말한다. 비록 유명론자에게만 특유한 문제는 아니지만 이것은 "최소한 다소 성가신 문제"라는 것이다. 그러나 "의미론적 보수성과 증명이론적 보수성이 갈리는 상황에서 과연 유명론자가 의미론적 보수성보다 증명이론적 보수성에 초점을 맞추어야 하느냐?"는 조건적 물음에 대해서는 "결코 그렇지 않다"는 것이 자신의 입장이라고 한다. 그는 Shapiro가 Field 자신이 수학의 의미론적 보수성을 확립했다는 것은 받아들였다는 점을 강조하며, Field(1980)의 목표가 바로 그것이었음을 역설한다.[33]

Field가 자신의 말한 바를 근본 노선에 차질을 빚지 않으면서 수정하는데 성공하였다면, Shapiro의 비판을 그가 교묘히 빗겨 가는데 성공했다고 볼 수도 있겠다. 아마도 최소한 그러한 외관을 보이는 것이 Field의 답변이 노리는 바인 것 같다. 그러나 그러기 위해 그는 그가 인정하지 않을 수 없었던 Shapiro의 논점들로 인해 엄청난 댓가를 치르고 있음을 간과해서는 안된다. 모델이론이든 증명이론이든 간에 유명론자가 어떻게 메타이론적 관계들을 설명할 것이냐는 문제의 해결이 스스로 인정하듯 Field(1980)에서는 전혀 결여되어 있으니만큼 Field에게는 대단한 숙제가 부과되고 있는 것이다.

---

32) Field (1985), 같은 곳.

33) Field (1985), 241-2.

만약 Shapiro가 괴델의 불완전성 정리를 이용하여 수학의 연역적 보수성이 불가능하다는 결과를 제시하지 않았다면 이만큼이나마 Field가 후퇴하지는 않았을 것이다. 그가 누차 Shapiro의 결과가 기술적인 것이라기보다는 철학적이라는 주장을 펴는 것 만 보아도 Shapiro의 메타논리학적 논점에 의거한 비판이 얼마나 Field에게 뼈아픈 것인지 짐작할 수 있다.[34] 이러한 까닭에 양자 간의 논쟁은 일단 Shapiro의 일방적 승리로 돌아갔다고 봐야 하고, 또 그것이 일반적인 평가이다.[35]

4b. Field(1984)

그러한 평가는 Field 자신의 글에서 재확인된다. 그는 Field(1984)에서 Shapiro에게서 지적당한 바 모델이론적 관념들과 증명이론적 관념들의 구별을 명확히하고 매우 조심스럽게 쟁점들을 그 구별에 따라 나누어 논의하고 있다.[36] 또한 앞의 항에서 우리는 "허구론자가 어떻게 논리적 귀결등의 개념을 설명할 수 있느냐?"는 난문에 직면했을 때 Field가 아무런 논변의 뒷받침 없이 단지 "그것들은 플라톤주의적 존재자들을 동원하지 않고서도 원초적 양상 개념들에 의해 설명될 수 있다"는 자신의 입장만을 밝히며 상세한 논의를 다른 기회로 미루는 것을 보았다. 그는 이제 미뤄둔 숙제를 다소나마 해내려 애쓰고 있다.

그는 우선 의미론적 귀결과 일관성 같은 플라톤주의적 관념들을 원초적 양상 개념들에 의해 대치할 수 있음을 보인다.

> A가 수학적 주장들의 체계 T의 모든 원소들의 공접 (예컨대, 유한 공리화된 이론의 모든 공리들의 공접)일 때, 우리가 이 이론이 일관적이라는 수학적 지식을 갖고 있다고 말하는 대신 왜 단순히

---

34) Field(1985), 241.

35) 예컨대 Chihara (1990).

36) Field (1984), "Is Mathematical Knowledge Just Logical Knowledge?", *Philosophical Review*, 509-552. 특히 514 이하.

(ii*) 우리는 ◇A임을 안다 (여기서 양상 연산자 '◇'는 '____은 논리적으로 가능하다' 또는 '____은 논리적으로 일관적이다'라고 읽는다.)

라고 말하지 않는가.

……

[또] B라는 주장이 A가 그것들의 공접인 주장들의 체계로부터 따라나온다고 말하는 대신 왜

(i*) 우리는 □(A⊃B)임을 안다 [여기서 물론 '□'('_____은 논리적으로 참이다'는 '-◇-'로 정의된다]

라고 말하지 않는가.[37]

플라톤주의적 수학의 존재자들을 상정하지 않고서도 이런 플라톤주의적 메타논리학의 관념들의 양상적 유사 관념들을 포함하는 사실들을 알 수 있다는 것, 다시 말해서 많은 문맥에서 메타논리학적 관념들이 그에 대응되는 대상수준의 관념들로 대치될 수 있다는 것을 Field는 상당한 희소식으로 여긴다.[38] 그러나 이것은 문제의 시작에 불과하다. 허구론자에게는 대상수준에서가 아니라 메타논리적 수준에서 사유하는 것의 유용성을 설명하는 문제가 여전히 남아 있기 때문이다. 그의 입장에서 볼 때 허구에 불과하고, 따라서 참이 아닌 플라톤주의적 수학이 그럼에도 불구하고 물리학에 유용하게 적용되는 까닭을 설명해야 했었다. 증명이론과 모델이론의 개념들은 수학적 존재자들에 의해 정의되고, 따라서 증명이론적 또는 모델이론적 사유들은 수학적 존재자들에 관한 사유가 되게 되므로, 이제 그는 허구에 불과한 것들에 관한 메타논리학적 사유의 유용성을 설명해야만 하게 된 것이다. Shapiro등에 의해 비판된 허구론의 측면들 가

37) Field (1984), 515-6.
38) Field (1984), 533.

운데 손쉽게 수정 또는 보완할 수 있는 것들을 서둘러 재정비한 후 Field는 바로 이 문제를 스스로 다음과 같이 정리하고 있다:

> ···대처해야 할 한가지 난점이 있다. 왜냐하면 나는 강한 일관성을 통상적 일관성으로 정의했고, 통상적 일관성은 의례 모델들의 존재로 정의되기 때문이다. 따라서 한 이론이 강한 일관성을 지닌다는 주장은 모델들의 존재에 관한 주장이 되지 않겠는가? 만약 그렇다면, 비록 강한 일관성이 참을 함의하지 않는다손 치더라도 허구론자가 어떻게 어떤 이론이 강한 일관성을 지니다는 것을 안다고 주장할 수 있는지를 여전히 이해하기 어렵다. 그리고 만약 그가 그것을 안다고 주장할 수 없다면, 그로서는 한 이론의 강한 일관성이 그것의 적용에 본질적이라고 주장하기가 아주 난처하다.[39]

Field는 허구론자가 이 문제에 대처하는데는 두가지 접근법이 가능하다고 본다. 첫째 방책은 통상적인 증명이론적, 모델이론적 개념들의 정의를 물리치고, 수학적 존재자들을 전혀 언급하지 않는 다른 정의들을 대안으로 마련하는 것이다. 그리하여 결국 플라톤주의적 증명이론 및 모델이론만큼 좋은 유명론적 증명이론과 모델이론을 만들어 그것들의 유용성을 입증하는 것이다.[40] 그러나 Field(1984)는 아직 이런 접근 방책의 가능성에 대해 회의적이다. 증명이론에 관해서, 그는 이것이 플라톤주의적 증명이론의 유용성을 설명하는 원래의 문제로부터 유명론적 증명이론의 유용성을 설명하는 문제로 단지 주제를 변경하는 것에 불과하다고 말한다.[41] 모델이론에 관해서도 그는 개념들을 원초적 양상 개념들로 정의할 경우 왜 유명론적 모델이론이 유용해야만 하는지 즉각적으로 자명하지 않다고 생각한다.[42]

따라서 남은 길은 둘째 방책뿐인데, 여기서 허구론자는 [플라톤주

---

39) Field (1984), 530.

40) Field (1984), 534.

41) Field (1984), 535.

42) Field (1984), 536.

의적] 증명이론이 참이 아님에도 불구하고 왜 증명이론의 표준적 사용이 정당한지, 그리고 [플라톤주의적] 모델이론이 참이 아님에도 불구하고 왜 모델이론의 표준적 사용이 정당한지를

해명해야만 한다고 Field는 생각한다.[43] 그러기 위해서는 먼저 모델이론과 증명이론이 표준적으로 어떤 용도로 쓰이는지를 물어야하고, 그리고나서야 그 용도들이 허구론자의 입장에서 설명가능하냐를 물을 수 있다고 한다. Field의 설명을 (1) 모델이론과 증명이론의 표준적 용도, (2) 그러한 용도들에 대한 플라톤주의자의 정당화, 그리고 (3) 허구론자의 입장에서의 그러한 용도들의 설명가능성으로 차근차근 경청해 보도록 하자.

모델이론과 증명이론의 용도에 관해 Field는 자신이 결코 포괄적인 해명을 기도하는 것은 아니라고 단서를 달면서도, 자신만만하게 그것들의 중심적 용도가 논리적 가능성에 관한 발견의 장치로서의 용도라고 단언한다.

> 모델이론은 다음과 같은 두가지 도식들의 예를 통해 이 목적을 위해 사용된다: **모델이론적 가능성 도식**
>
> (MTP) 만약 'A'의 모델이 있으면, ◇A;
>
> 그리고 **모델 존재 도식**
>
> (ME) 만약 'A'의 모델이 없으면, -◇A.
>
> 그리고 증명이론은 논리학의 어떤 부분의 어떤 합당한 형식체계 F에 대해서도 성립하는 **양상 건전성 도식**
>
> (MS) 만약 '-A'가 F 내에서 증명가능하면, -◇A
>
> 를 통해; 그리고 논리학의 특정 영역들 (즉 특정 유형의 문장 A) 및

---

43) Field (1984), 536.

그런 논리학의 영역들의 특정의 충분히 강력한 형식체계들에 대해 성립하는 **양상 완전성 도식**

(MC) 만약 '-A'가 F 내에서 증명가능하지 않으면, ◇A

를 통해 이 목적을 위해 사용된다.[44]

Field는 플라톤주의자의 입장에서 볼 때 이 네가지 도식들은 모두 참이라고 지적한다. 더구나 이 도식들의 모든 사례들은 그가 채용하는 양상논리학 내에서 표준수학의 귀결들이라고 한다. 만일 그렇다면 플라톤주의자가 이 네가지 도식들을 사용하는 것은 충분히 정당화된다.[45]

Field는 플라톤주의자의 입장에서 이 도식들의 사용이 정당화 됨을 예시하기 위해(MS)가 표준수학으로부터 증명가능함을 논변한다. 그러기 위해 그는 한 문장들의 집합으로부터 추리가능한 모든 문장들이 그 집합의 논리적 귀결들이라는 특성을 갖는 비-양상양화 이론체계 F를 상정한다. 그리고 증명의 길이에 대한 귀납에 의거해서

(MS′) 만약 'B'가 F 내에서 증명가능하면, □B

의 모든 사례들이 참이라는 것을 논증할 수 있다고 주장한다.[46]

그러나 이러한 비형식적 귀납은 직관적으로는 타당함에도 불구하고 그가 귀납 과정에서 정의되지 않은 진리 개념을 쓰고 있기 때문에 표준수학의 양상적 귀결들을 넘어선다고 한다. 그는 Kripke식의 진리의 회기적 정의 가능성을 타진하지만 곧 거기에 게재된 문제점을 지적한다. 이 문제점들은 그 정의를 우리가 ω-규칙을 포함하는 수학이론의 문맥에서만 적용하면 발생하지 않기 때문에, 그는 그의

44) Field (1984), 536-7.

45) Field (1984), 537-8.

46) Field (1984), 538.

표준수학 체계에 ω-규칙을 부여하는 특별한 방식으로서 대입 양화사들을 도입한다. 대입양화사와 ω-규칙을 갖춘 그의 수학체계로부터 귀납에 의해 (MS)와 그 밖의 대문자화된 원리들을 증명할 수 있고, 따라서 플라톤주의자가 이것들을 사용하는 것은 충분히 정당화된다는 것이 Field의 입장이다.[47]

위에서 살펴보았듯 Field의 주장대로 네가지 도식들이 모두 표준수학의 정리들이라면, 플라톤주의자는 논리적 가능성과 불가능성에 관한 발견을 위한 증명이론과 모델이론의 유용성을 잘 설명할 수 있다. 그러나 허구론자는 수학적 존재자들의 존재를 부정하는 까닭에 그러한 목적에서의 증명이론과 모델이론의 유용성을 설명하는데 난관이 따르는 것으로 생각된다. 만약 수학적 존재자들이 존재하지 않는다면, (ME)는 부당하게 된다. 그리고 만일 '증명가능한'이 비-양상적, 플라톤주의적으로 해석된다면, 전건이 ◇A 또는 -◇A 여부에 관계없이 참이기 때문에 (MC) 역시 부당하다. 또한 만일 수학적 존재자들이 존재하지 않는다면, (MTP)와 (MS)는 그것들의 전건이 결코 실현되지 않기 때문에 참일지언정 가능성과 불가능성에 관한 발견에 아무런 도움이 되지 않는 무용지물이다. 따라서 일견 허구론자는 심각한 문제에 직면한 것으로 보인다.[48]

그러나 Field는 이 문제가 다음과 같은 충격적인 해답에 의해 해결될 수 있다고 주장한다:

> 수학의 보수성에 의해 (또는 더 적절하게는 보수성의 양상적 유추항에 의해) 수학을 가지고 도달될 수 있는, 비수학적 주장들의 논리적 가능성 또는 불가능성에 관한 그 어떤 결론도 수학 없이 도달될 수 있다.[49]

Field는 나아가서 수학을 물리학에 적용할 때와 달리 위의 네가지 도식들을 통한 수학적 증명이론과 모델이론의 적용은 오직 순수수

47) Field (1984), 539-541.

48) Field (1984), 541-2.

49) Field (1984), 542.

학만을 사용한다고 지적한다. 순수수학의 이론들에 있어서는 보수성이 통상적 일관성과 동치이므로, 여기서 우리가 호소해야 할 것은 문제되고 있는 수학이론 M의 일관성 (더 정확하게는 일관성의 양상적 유추물) 뿐이라 한다. 그리고나서 Field는 다음과 같은 중요한 주장을 제시한다:

> 내가 주장하는 바는 플라톤주의자가 네가지 대문자화된 원리들을 통해 얻는 가능성과 불가능성에 관한 지식은, M이 플라톤주의자가 그가 사용하는 대문자화한 원리들을 확립함에 있어 호소했던 표준수학(집합론, 연쇄이론 등등)의 어떤 부분이든지 간에, 허구론자가 $\Diamond Ax_M$을 아는 한 허구론자에 의해 얻어질 수 있다는 것이다.[50]

그런데 Field는 $\Diamond Ax_M$를 논리적 진리로 간주해야 한다고 보기 때문에, 이제 그는 논리학에만 의거하여 허구론자가 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다고 주장한다.

(MTP*) $\Box(Ax_M \supset($「A」의 모델이 있다 $\supset \Diamond A))$

(ME*) $\Box(Ax_M \supset($「A」의 모델이 없다 $\supset -\Diamond A))$

그리고 역시 논리학에만 의거하여 이들로부터

(MTP**) $\Diamond(Ax_M$ & 「A」의 모델이 있다$) \supset \Diamond A$

(ME**) $\Diamond(Ax_M$ & 「A」의 모델이 없다$) \supset -\Diamond A$

를 끌어낼 수 있다. 이제 Field는 논리적 진리인 $\Diamond Ax_M$, (MTP**), 그리고 (ME**)로부터 다음과 같은 일련의 추리가 가능하다고 한다.

1. $\Diamond Ax_M$

---

50) Field (1984), 542.

2. ◇(Ax_M & 「A」의 모델이 있다)⊃◇A (MTP**)
3. ◇(Ax_M & 「A」의 모델이 없다)⊃-◇A (ME**)
4. 그러므로 '□(Ax_M⊃「A」의 모델이 있다)'가 논리적 진리이면, ◇A도 논리적 진리이다.
5. 그러므로 '□(Ax_M⊃「A」의 모델이 없다)'가 논리적 진리이면, -◇A도 논리적 진리이다.

Field에 의하면, 이 결과는 다시 말해서, M으로부터 'A의 모델이 있다'나 'A의 모델이 없다'를 연역함으로써 우리가 ◇A인지 -◇A인지를 발견할 수 있다는 것이다.[51]

그러나 허구론자가 증명이론과 모델이론을 사용하는 것이 정당화됨을 보이려는Field(1984)의 시도는 즉각 많은 비판에 처하고 만다.[52] 다음 절에서 보게 되듯이, Field는 이러한 비판을 수용한 결과인듯 다소 모호한 이유를 들어 자신의 입장을 상당히 수정하고 있다. 그러나 Field에 대한 비판의 논점들이 포괄적으로 충분히 논의된 Chihara의 책은 1990년에야 출판되었으므로 서술의 편의상 그것들에 앞서 Field의 변경된 입장부터 살펴보려 한다.

4c. Field(1989a)

Field는 1989년에 출판된 *Realism, Mathematics and Modality*에서 1980년대에 발표한 그의 수리철학 논문들을 한데 모으는 차제에 Field(1984)에 상당히 간략하면서도 의미심장한 수정을 가한 논문 Field(1989a)를 선보이고 있다.[53] 문제의 부분은 논문의 4절 중반으로 그가 대문자로 표시한 원리들을 도입하고나서 플라톤주의자 그리고 허구론자가가 그것들을 사용하는 것이 각각 어째서 정당화되느냐를 설명하는 부분이다.[54]

---

51) Field (1984), 542-3.

52) Field 자신은 Resnik(198), Malament (198), Chihara (198), Detlefsen (1986)을 거론하고 있다. Field (1989), 98, 주 22.

53) Field (1989b), "Is Mathematical Knowledge Just Logical Knowledge?", *Realism, Mathematics and Modality*, 79-124.

54) Field (1984), 539-543; Field (1989), 106-110.

그는 앞서 대입적 양화사들과 그것들을 지배하는 ω-규칙을 사용하는 비표준적 의미의 '표준 수학'을 도입하여 그로부터 귀납적 증명에 의해 MS가 귀결되는 것을 보여주려 했었다. 이제 그는 전략을 바꾼다:

> 허나 이제 나에게는 이것이 여러가지 논점들의 제시를 혼란스럽게 만들었다고 여겨지며, 그리고 대입적 양화에 둔 비중도 의심스럽게 여겨질 수 있다. 비록 그것이 표준수학 내에서 더 초보적인 양상 원리들로부터 증명가능하지 않음에도 불구하고 플라톤주의자는 MS를 그저 받아들인다고 말하는 편이 더 간단하게 여겨진다.[55]

따라서 앞서 그가 애써 플라톤주의자가 대문자로 표시된 원리들을 사용하는 것이 어떻게 정당화되는지를 설명했던 단락들은 전부 삭제되고 있다.

허구론자가 그 원리들을 사용하는 것은 어떻게 정당화되느냐는 문제는 다소의 표현 수정과 몇 귀절의 가필이 있기는 하지만 마찬가지로 제시되고 있는데, 이제 그 문제에 대한 해결은 전혀 다른 방식으로 이루어진다. Field에 의하면 이 문제는 아주 쉽게 해결되는데 그것은 MTP와 MS 대신 허구론자는 다음과 같은 양상 대리들(modal surrogates)을 사용하기 때문이다:

> (MTP#) 만약 □(NBG⊃'A'의 모델이 있다) 이면, ◇A
>
> 이고
>
> (MS#) 만약 □(NBG⊃F 내에 '-A'의 증명이 있다) 이면, -◇.
>
> 일차 서열 문장들이 유일한 대입항인 경우, 이것들과 고전적 완전성 정리로부터 우리는
>
> (ME#) 만약 □(NBG⊃'A'의 모델이 없다) 이면, -◇A
>
> 와

55) Field (1989b), 107.

(MC$^{\#}$) 만약 □(NBG⊃F 내에 '-A'의 증명이 없다) 이면, ◇A 를 도출할 수 있다.[56]

Field는 이제 플라톤주의자가 MTP와 MS를 믿을 이유보다 허구론자가 MTP$^{\#}$와 MS$^{\#}$를 믿을 이유가 부족하냐고 반문한다. 예를 들어 예화되는 정식이 비-양상적인 MTP$^{\#}$의 사례들을 예로 들어보자. 플라톤주의자는 표준수학 내에서 MTP를 떠받치는 논변들을 가지고 있고, 결과적으로 비-양상적 A에 대해

□(만약 NBG & 'A'의 모델이 있으면, ◇A)

임을 Field가 보였었다. 이제 그것으로부터 S4 내에서

(MTP*) 만약 ◇(NBG & 'A'의 모델이 있다)이면, ◇A

가 따라나온다. 그리고 이것과 ◇NBG라는 가정으로부터 우리는 MTP$^{\#}$의 사례를 얻을 수 있다는 것이 Field의 주장이다. 다시 말해 Field는 "NBG로부터 MTP로 나아가는 플라톤주의자의 논변은 ◇NGB로부터 MTP로 나아가는 논변을 귀결로 갖는다"고 주장한다. 플라톤주의자처럼 ◇NBG 뿐만 아니라 실제로 NBG임을 믿는 대신 허구론자는 ◇NBG만을 믿으면 되는 까닭에, Field는 한술 더떠서 플라톤주의자보다 허구론자의 인식론적 부담이 훨씬 가볍다고 주장한다.[57]

여기서 의당 제기해야 할 문제는 이러한 Field의 입장 변경이 무엇을 의미하는 것이냐 하는 점이다. 그러나 이 문제에 대해 충분히 이해하기 위해서는 우선 아마도 이러한 입장 변경을 불가피하게 했을 Field 1984에 대해 퍼부어진 비판들부터 살펴보아야 한다.

---

56) Field (1989b), 108.

57) Field (1989b), 108-9.

5. Field의 메타 논리학 이용에 대한 Chihara의 비판

우리는 위에서 수학의 유용성을 논변함에 있어 Field가 집합론과 논리학을 사용하는 것이 정당한가에 관해 문제의 소지가 있음을 보았다. 또 우리는 이러한 우려에 맞서 Field가 기본적으로 어떻게 대처하는가, 즉 수학과 논리학, 특히 모델이론과 증명이론의 사용을 그가 어떻게 정당화하는가를 살펴보았다. 그러나, Chihara는 최근 저서 *Constructibility and Mathematical Existence* 에서 Field의 시도들을 통박하고 있다.[58] 그는 Field의 책 이름을 그대로 딴 제8장, "Science Without Numbers"에서 Field의 프로그램의 큰 문제점들을 무려 일곱가지나 열거한다. 이것들 중 이 글의 주제와 직결되는 것은 Chihara가 다섯번째로 지적한 "Field의 논리이론의 적합성, 특히 오직 수학을 사용하여 설명되고 증명되어 온 모델이론적 논리의 정리들을 그가 채택한 데 대한 의혹"과 여섯번째로 지적한 "수학의 유용성을 설명하기 위해 Field가 보수성 정리에 호소한 것의 합당성에 관한 의혹"인데, Chihara는 이 두가지 문제점들을 별도로 "Field의 유명론적 논리 이론"이란 제목을 단 부록에서 철저하게 공략하고 있다.[59]

그는 Field(1984)가 위의 두가지 문제점에 대한 일종의 답변을 제시한 것이라 보고 그 논문에서 과연 Field가 그 답변들을 통해 허구론자의 증명이론 및 모델이론 사용을 정당화하는데 성공했는지를 검토하려 한다.

그는 우선 Field의 수학의 보수성 주장부터 비판한다. "수학을 가지고 도달될 수 있는 비수학적 주장들의 논리적 가능성 또는 불가능성에 관한 그 어떤 결론도 수학을 가지지 않고서도 도달될 수 있다"는 Field의 주장을 이탤릭체로 강조하여 인용한 다음, Chihara는 어떻게 Field가(수학의) 보수성론을 이런 식으로 기술할 수 있느냐

58) C.S. Chihara, *Constructibility and Mathematical Existence*, (Oxford: Clarendon Press, 1990), 8 장, 146-178; 부록, 261-272.

59) Chihara (1990), 161-163; 261-72.

고, 더구나 초기의 입장을 공개적으로 수정한 이후에 어떻게 그럴 수 있느냐고 놀라움을 표시한다. 그는, Shapiro의 비판에 직면하여 Field가 자신의 입장을 천명할 때 연역적 보수성에 전혀 호소하지 말고 의미론적 보수성에만 호소했었더라면 좋았으리라고 후회한 사실을 상기시키고나서 이렇게 말한다:

> 그러나 이제 그는 연역적 보수주의로 복귀했다고 여겨진다. 왜냐하면 허구론자에 의해 "도달"될 수 있는 바에 관해 이야기하면서 그는 분명히 수학을 사용하여 추리될 수 있는 비수학적 주장들의 논리적 가능성에 관한 그 어떤 것도 허구론자가 수학 없이도 추리할 수 있다고 시사하고 있기 때문이다.[60]

Field가 Shapiro에 대한 재반론을 새롭게 고안해 냈으면 모를까 그렇지 못한 마당이라면 이 비판은 결정타가 될 것으로 보인다. Field는 같은 논문 안에서 Shapiro에 승복하여 모델이론과 증명이론을 매우 주의깊게 구별하였는데, 막상 가장 중요한 장면에서 그 구별을 망각한 듯 한 태도를 보인 것은 실로 의미심장하다고 하겠다.

Chihara는 그 외에도 Field의 수학의 보수성 주장이 지닌 몇가지 문제점들을 더 지적한다. 첫째, Field는 보수성 주장을 정확하게 제시하지 못했고, 허구론자가 그것에 의해 수학을 사용하여 도달될 수 있는 논리적 가능성에 관한 비-수학적 주장들에 수학 없이도 도달할 수 있는 연역적 체계의 윤곽조차도 그려 보여주지 못했다고 한다. 둘째, Field는 보수성 주장의 증명은 고사하고 그와 비슷한 것조차도 마련해주지 못했다고 한다. 그는 기껏 허구론자가 대문자화된 원리들을 사용할 수 있음을 지지하는 논변을 제시했을 뿐인데, 그것은 위에서 이탤릭체로 Chihara가 강조하여 인용했던 보수성 주장보다 훨씬 약한 주장이라는 것이다. 셋째, 설사 그 강한 보수성 주장이 정당화된다손 치더라도 Field가 플라톤주의적 증명이론을 실제로 사용한 용도들은 아직도 정당화를 필요로 한다는 것이다. 예컨대 Field는 Shapiro가 괴델의 불완전성 정리에 의거하여 증명한 결과

60) Field (1990), 262.

들에 전적으로 승복하였는데 그러한 사유가 어떻게 강한 보수성 주장을 써서 이해될 수 있는지 분명치 않다고 한다.[61]

이제 Chihara는 허구론자가 증명이론 및 모델이론적 사유를 사용하는 것이 정당화 된다는 Field의 주장으로 눈길을 돌린다. 이에 대해서 Chihara는 설사 그 사유가 정확하다고 하더라도 우리는 여전히 그가 대문자화된 원리들을 사용하는 것이 정당화됨을 보여주는 증명을 필요로 한다고 주장한다. 앞에서 살펴 보았듯이, Field는 기껏해야 그가 $\Diamond Ax_M$을 아는 한에서만 대문자화된 원리들을 사용하는 것이 정당함을 보였다. Chihara가 볼 때, Field는 명백히 그가 이 필요한 지식을 보유하고 있다고 믿고 있다. 그러나 이제 Chihara는 어떻게 Field가 그토록 자신만만하게 Ax_M이 가능함을(즉 Ax_M이 논리적으로 일관적임을) 안다고 할 수 있는지 모르겠다고 당혹감을 표명한다. Field가 사용하는 수학의 체계는 매우 복잡하고 강력한 이론으로서 뚜렷이 비표준적인 특징들을 많이 지니고 있다. 우선 대입적 양화사들을 그 언어에 포함하고 있고, 그 증명체계 는 ω-규칙들과 양상 연산자들을 포함하고 있다.[62]

우리는 위에서 Field가 허구론자에게 플라톤주의자들의 네가지 대문자화된 정리들과 $\Diamond Ax_M$의 지식이 주어지면 "논리학에만 의지하여" 필요한 모든 증명이론 및 모델이론적 추리들이 가능해짐을 어떻게 보이려 함을 살펴 보았다. 거기서 Field는 논리적 가능성에 관한 발견을 위해 허구론자가 모델이론적 사유를 사용하는 것이 정당화됨을 예시하며 유사한 논변에 의해 똑같은 이야기를 증명이론적 사유에 대해서도 할 수 있다고 주장했었다. 이제 Chihara는 MS의 타당성을 입증하기 위해 사용되었던 증명이론적 사유가 어떻게 허구론자에 의해 사용될 수 있는가를 검토해 보고자 한다.[63] Field에 따르면, 이 경우 허구론자는 MS와 $\Diamond Ax_M$의 지식이 주어졌을 때,

---

61) Chihara (1990), 262-3.

62) Chihara(1990), 263-5.

63) Chihara (1990), 267.

$$(MS^*)\ \Box(Ax_M \supset (\text{‘}-A\text{’가 F 내에서 증명가능하다} \supset -\Diamond A)$$

를 결론으로 얻기 위해 "MS의 모든 사례들이 논리학에만 의지하여 표준수학으로부터 도출된다"는 주장을 필요로 한다. 그러나 Chihara는 그 주장을 펴기 위해 앞서 제시된 증명이 수학적 귀납에 의한 것이므로 그러한 주장을 할 수 없다고 주장한다. Field는 그 증명을 메타이론 내에서의 귀납으로 제시하지 않았고, "그 증명 전체가 괴델수를 사용하면 수론 내에서 …… 이루어질 수 있다"고 쓰고 있으므로, 그 귀납적 증명이 수학이론 M 내에 주어지는 것으로 보는 것 같다. 그런데 Field 자신은 그런 증명을 실제로 해 보이지는 않았기 때문에, Chihara는 우리가 실제로 그런 식으로 증명하는 상황을 상상하고서 거기에 내포된 문제점을 지적하려 한다.

> 괴델수를 사용하여 언어 M 내에서 Field의 증명을 수행한다고 상상하자. B(x, y)를 N (M의 수론) 내에서 증명체계 F의 증명관계를 표상하는 N의 정식이라 하자. 그러면 (MS)의 한 예는 M 내에서
>
> $(\exists x)B(x, ⌜-S⌟)\supset-\Diamond S$
>
> 라고 표현될 수 있고, 거기서 S는 M의 임의의 문장이다. 그러나 Field가 윤곽을 제시한 귀납적 증명은 n보다 길이가 짧은 증명을 갖는 모든 문장 X에 대해, $-\Diamond X$라는 명제를 표현하는 한 일반 언명을 요구한다. 그리고 어떻게 우리가 그 일반 언명을 괴델수와 수론적 관계들을 써서 M 내에서 표현할 수 있는지는 전혀 분명하지 않다.[64]

이런 비판에 대해 Field는 아마 대입적 양화사를 써서 고딕체로 쓴 언명을 괴델수 체계 내에서 표현할 수 있다고 반발할지도 모르겠다고 Chihara는 생각한다. 그는 사실 어떻게 대입적 양화사를 쓰는 것이 그 일을 가능하게 해주는지 전혀 명백하지 않다고 투덜대며 이에 관해 회의적인 입장을 취한다. 그러나 설사 그것이 가능하다 하

64) Chihara (1990), 267-8.

더라도 Field의 증명에 게재된 사유의 노선에는 또 다른 문제가 있다고 그는 주장한다.

> (MS)의 한 "사례"가 M 내에서 증명되었다고 가정하자. 그러면, 가정상, 우리는
>
> [1] $\Box(Ax_M \supset ((\exists x)B(x, \ulcorner -S \lrcorner) \supset -\Diamond S))$
>
> 를 추리할 수 있다. 그러나 어떻게 유명론자가 그의 '-S' 증명으로부터 -◇S라 결론짓기 위해(MS*)의 이 사례를 사용할 수 있는가?[65]

논의의 목적상 그는 허구론자가 $\Diamond Ax_M$을 안다고 인정하기로 하고서, 허구론자가 펼 수 있을 논변을 다음과 같이 재구성한 다음 비판하고자 한다.

> 그는[허구론자는] (그가 메타이론에서 증명한) 사실인
>
> [2] $\vdash_N (\exists x)B(x, \ulcorner -S \lrcorner)$ 이면, 그리고 오직 그럴 때만, '-S'가 F 내에서 증명 가능하다
>
> 를 이용할 수 있다. 따라서 그는 그의 '-S' 증명으로부터
>
> [3] $\vdash_N (\exists x)B(x, \ulcorner -S \lrcorner)$
>
> 를 추리할 수 있고, 그리고서는
>
> [4] $\Box(Ax_M \supset (\exists x)B(x, \ulcorner -S \lrcorner))$
>
> 를 추리할 수 있다. [1]과 [4]로부터 그는
>
> [5] $\Box(Ax_M \supset -\Diamond S)$

65) Chihara (1990), 268.

라 결론지을 수 있다. 그의 양상논리학과 ◇Ax_{M}의 지식을 사용하여 그는 [5]로부터 -◇S라 결론지을 수 있다.[66]

Chihara는 이러한 사유노선의 문제점은 그것이 수학을 전제로 한다는데 있다고 날카롭게 비판한다. 예컨대 [2]의 증명은 메타이론 내에서 수론을 사용하여 수행된다. [2]를 증명하기 위해 허구론자는 그것 내에서 N의 증명 수행능력에 관해 이론화할 수 있고 또 원초적 기호들과 원초적 기호들의 연쇄들을 N의 숫자들과 연관지을 수 있는 메타이론으로 상승하여야 한다는 것이다. 그리고 그런 과정에서 요구되는 복잡한 사유는 수학적 귀납법과 같은 다수의 수학적 원리들의 사용을 포함한다고 한다. 이러한 사정을 Chihara는 다음과 같이 촌철살인 격으로 표현하고 있다:

Field가 그의 수학의 사용을 정당화하려 할 때마다 그의 정당화의 어느 구석에선가 어떤 수학적 결과들이 전제되고 있는 것으로 여겨진다.[67]

우리는 위에서 Field가 입장을 수정하여 더 이상 플라톤주의적 메타논리학의 사용을 정당화하려들지 않고 그 대신 양상 대리격 원리들을 새롭게 도입함을 보았었다. 그러나 Chihara는 이에 대해서도 여전히 냉소적인 반응을 보인다. 이 새로운 원리들에 호소하는 것도 앞서와 마찬가지 비판을 면치 못한다는 것이다. 예컨대 (MTP$^{\#}$)를 사용하기 위해 Field는

[#] □(NBG⊃ 'A'의 모델이 있다)

를 알 필요가 있다. 그런데 여기서 조건문 부분에만 주의해 보면, 전건은 집합론 NBG의 공리들의 공접인 일차서열 논리의 문장이고,

66) Chihara (1990), 268.

67) Chihara (1990), 269.

후건은 자연언어 문장이다. Chihara는 그런 조건문이 [#]를 귀결할 적당한 종류의 논리적 진리일 수 있느냐고 의문을 제기한다. 물론 이때 Field는 "A'의 모델이 있다'표현을 사용하여 그 자연언어 문장이 표현하는 바를 표현하는 NBG의 괴델문장을 나타내려 한 것이다. 그렇게 해석하면, 그 조건문은 논리적으로 필연적인 것이 되고 [#]를 일차 논리학 내에서 증명할 가망성이 생기게 된다. 그러나, 여기서도 문제가 발생한다. 첫째, 어떻게 허구론자가 그 조건문이 논리적으로 참이라는 지식에 도달할 수 있는가? 그는 그 조건문이 참임을 알기 위해 메타수학의 정리들을 사용해야만 하며, 그것은 그가 수학에 의존한다는 것이 되고 만다. 둘째 허구론자는 어떻게 (MTP$^{\#}$)를 정당화할 수 있는가? 다시 말해서 문제의 조건문이 논리적 진리라는 사실이 어떻게 A가 논리적으로 가능하다는 것을 보여주는가? 여기서도 그는 다시 수학에 호소할 수 밖에 없다.[68]

6. 메타 논리학에 관한 Field의 최근 작업

위에서도 언급한 바 있듯이 Field(1991)의 내용은 이미 상당 부분이 Field(1989)의 도처에서 제시되었었고, 다만 그 내용들을 함께 묶어 표준적 메타논리학 자체에 반기를 드는 형식으로 최근의 자신의 입장을 정리했다는데 그 의의가 있다고 생각한다. 여기서는 그 내용들 중 위에서 논의되지 않은 것에만 초점을 맞춰 간략히 논의해보려 한다.

이 논문의 冒頭에서 Field는 메타논리학에 관한 자신의 입장이 당초에는 허구론적 수리철학을 옹호하기 위해 천명된 것이었지만, 이제 와서는 그것이 원래의 목적과 별개로 그 자체로 매력적인 것이라 믿게 되었다고 말한다. 나아가서 그는 "그것이야말로 누구나, 심지어 철저한 플라톤주의자라 할지라도, 메타논리학에 관해 그렇게 생각해야만 할 방식"이라고 주장한다.[69]

---

68) Chihara (1990), 270-2.

플라톤주의자의 표준적 메타논리학은 Tarski(1956)의 모델에 의한 논리적 함축과 논리적 일관성 정의를 중심으로 한다. 이에 따르면, Γ가 문장들의 집합이고 B가 한 문장이라 할 때,

(i) Γ의 모든 원소들이 그것 내에서 참인 모든 모델 내에서 B가 참이면, 그리고 오직 그럴 때만, Γ는 B를 논리적으로 함축한다.

(ii) Γ의 모든 원소들이 그것 내에서 참인 모델이 최소한 하나 있을 때, 그리고 오직 그럴 때만, Γ는 논리적으로 일관적이다.[70]

Field는 이러한 "타르스키의 귀결 설명이 직관적으로 바람직한 결과를 가져다 주는 것은 순전히 '일차 서열 논리학의 우연'"에 불과하다고 불평하면서, 이러한 우연적 요소는 가능하기만 하다면 회피하는 것이 바람직할 것이고, 실제로 그것이 가능하다고 주장한다.[71]

Field의 이런 주장은 논리학자들 사이에서 광범한 영향력을 미친 Kreisel의 논문을 배경으로 한 것인데, 그가 보기에는 그것이 철학자들 간에서 응분의 주목을 받지 못했다는 것이다. Field에 의하면, 타르스키 식으로 일관성과 함축의 관념들을 정의하는 대신 그것들을 원초적인 것들로 취급하게 되면 일차 서열 논리학에 대한 완전성 정리의 의미를 훨씬 더 만족스레 이해하게 된다는 것이 Kreisel이 결과적으로 지적한 바라고 한다. 이제 Field는 Kreisel의 논변이 자신에게 어떻게 도움이 되는지 설명한다.[72]

그에 따르면, Kreisel의 기본적 아이디어는 두가지 직관적인 원리들이 우리의 일관성 관념 이해를 지배한다는데 있다. 직관적으로 일관성의 충분조건은 그가 (MTP)라 부른 원리이고, 일관성의 필요조건은 그가 (MS)라 부른 원리라고 한다. 이제 이 두 원리가 주어지면, (1) 타르스키-일관성 (모델을 가진다는 것), (2) 일관성, (3) 반

---

69) Field (1991), 1.

70) Field (1991), 2.

71) Field (1991), 3-4.

72) Kreisel (1967); Field (1991), 5-6.

박불가능성 간의 관계가 명백해진다고 Field는 주장한다. 동심원 셋을 그려서 가장 작은 원이 (1), 그 다음이 (2), 마지막이 (3)을 나타낸다면, 고전적 완전성 정리라 증명한 바는 다름 아니라 이 세 동심원이 상하로 압축하여 하나가 된다는 것이다.

> 다시 말해서, (MTP) 및 (MS)와 공접된 고전적 완전성 정리는 일관성, 모델을 가지는 것, 반박불가능성의 세가지 판명한 관념들이 일차서열 논리학에 있어서 외연적으로 일치함을 보여준다.[73]

Field가 Kreisel의 압축 논변을 도입함으로써 얻는 바가 무엇인가? 해답은 앞에서 우리가 논의한 바에 비춰 볼 때 자못 자명하다. 우리는 위에서 Field(1989)가 Field(1984)의 상당 부분을 수정함을 보았다. 그때 완전히 삭제된 부분에서 Field는 플라톤주의자가(MTP), (MS) 등 대문자화한 원리들을 사용하는 것이 어떻게 정당화 되는지를 설명하려 애썼었다. 그런 설명을 완전히 포기하며 Field(1989)는 플라톤주의자가 그냥 그 원리들을 받아들인다고 설명하는 편이 간단하다고 말했었는데, 이제 우리는 그러한 발상의 배후에 Kreisel의 논변이 자리하고 있음을 알겠다. 또 그러한 설명이 포기됨에 따라 그에 대응하여 Field(1984)에서 제시되었던 허구론자의 대문자화된 원리들의 사용에 대한 설명들도 아울러 포기되고 그대신 양상 대리, 즉(MTP$^{\#}$) 따위들이 Field(1989)에서 새롭게 등장했던 것을 우리는 기억한다. 쉽게 예상되듯, Field(1990)는 (MTP*)와 (MS$^{\#}$)가 Kreisel 압축논변의 유사물을 우리에게 제공해준다고 주장한다.[74]

7. 중간 평가

우리는 위에서 이미 Shapiro의 비판에 Field가 거의 전폭적으로

---

73) Field (1991), 5-6.

74) Field (1991), 13.

승복한 것을 보았다. Field(1980) 당초에 소홀히 했던 모델이론적 보수성과 증명이론적 보수성의 구별을 그 이후로 엄격히 지키려 애쓰는 것만으로도 그 점은 확인된다. 당초에 거의 간과되었던 메타논리학적 사유의 사용 가능성에 대한 Shapiro의 비판에 대해서도, 위에서 살펴보았듯, Field는 스스로 자신의 이론이 그 점에 있어 취약함을 인정했을 뿐 아니라 이후의 여러 저작들을 통해 그 점을 보완하고자 필사적인 노력을 했다고 여겨진다. 그렇다면, 이제 Field의 현 입장은 Field(1980) 당시보다 한층 엄밀한, 지지할 만한 것이 되었는가? 만일 그렇다면, Shapiro의 비판을 수용하면서도 자신의 전체 프로그램만은 유지될 수 있으리라 믿었던 Field가 옳았고, 허구론적 수리철학은 비판에 허물어지기는 커녕 더욱 가공할 입장이 되었어야 한다. 실제로 Field는 허구론자가 메타논리학적 사유를 사용함에 있어서 플라톤주의자 보다 특별히 심각한 문제를 안게 되지 않는다는 것을 자기가 증명했다고 주장하고 있다.

그러나 우리는 위에서 Chihara등의 비판을 통해 허구론자가 메타논리학적 사유를 사용하는 것이 쉽게 정당화되지 않는다는 것을 알게 되었다. 그 문제를 수학의 보수성에 호소함으로써 해결하려던 Field(1984)의 전략은, 위에서 보았듯, Field(1989)에서 완전히 포기되었다. 플라톤주의자가 대문자화된 원리들을 사용하는 것이 정당화 됨을 보이고, 거기에다 허구론자가 ◇Ax_M의 지식을 가졌다는 사실을 덧붙여, 그로부터 허구론자가 메타논리적 사유를 사용하는 것이 정당화됨을 입증하려던 Field(1984)의 전략도 Field(1989)에서 포기되고 말았다. 따라서 이제 남은 것은 Field(1989) 이래로 채택되고 있는 대문자화된 원리들의 양상 대리들이 허구론자의 메타논리적 사유를 정당화 해줄 수 있는냐는 것인데, 불운하게도 이 새 전략마저 Chihara의 신랄한 비판을 받은 것을 우리는 위에서 살펴보았다.

소위 전문가들 간에 이렇게 의견이 대립될 때, 우리가 할 수 있는 일은 다시 한번 냉정하게 그들의 주장을 검토하는 것 뿐이다. 필자는 Chihara에 의해 수행된 Field(1989)의 비판에 공감하면서도 그것이 Field를 침묵시킬 만큼 집중포화를 퍼부운 것이라고는 믿지 않

는다. 따라서 필자는 여기서 나름대로 Field에 대해 몇가지 의문점을 제기해 보려 한다.

필자는 Field(1984)로부터 Field(1989)로의 변화가 Chihara나 Field가 믿는 것보다 훨씬 더 광범하고도 심각한 것이라 믿는다. 불만스러운 몇 단락을 더 낫게 여겨지는 것으로 대치함으로써 Field는 더 많은 모순을 초래한 것으로 여겨지기 때문이다. Field가 탈락시킨 부분은 실제로 Field(1984)의 핵심적인 부분으로 그 글 전체가 그 곳을 겨냥해서 짜여져 있었다. 이제 그 부분이 탈락되고 보니 다른 부분들에서의 논의 중에는 그것이 왜 거기서 논의되었는지 그 의미 자체가 의심스러운 것들이 있게 되고 말았다. 예컨대 허구론자가 메타논리학적 사유를 사용하는 것이 정당화됨을 보이려는 증명의 시도 안에서 결정적인 역할을 하던 $\Diamond Ax_M$의 지식에 관한 논의가 그러하다. 그 증명 자체가 탈락되는 마당에 Field(1984) 및 Field(1989)의 2장에서 늘어놓은 참인 어떤 「$\Diamond A$」 형식의 주장도 논리적 진리이냐 하는 문제의 논의가 무슨 의미를 지니는지 분명치 않다는 말이다.

더 심각한 문제는 Field(1984)와 Field(1989a)가 허구론자가 증명이론과 모델이론을 사용하는 것이 정당화됨을 보이는 과정에서 채택한 전략이 다름에 따라 대동소이한 결론을 내릴 수 없게 되었다는데 있다. 실제로 Field(1984)에서는

> 따라서 가능성과 불가능성에 관한 발견을 위해 허구론자가 모델이론적 사유를 정당하게 사용할 수 있다는 것이 분명하며, 유사한 논변에 의해 증명이론적 사유에 대해서도 같은 이야기가 성립한다[75]

라고 했던 것이 Field(1989a)에서는

> 가능성과 불가능성에 관한 발견을 위해 플라톤주의적인 모델이론과 증명이론을 사용함에 있어 허구론자가 플라톤주의자 이상의 어려움을 겪지 않는다고 나는 결론짓는다[76]

---

75) Field (1984), 543.

라고 하고 있다. 얼핏 보기에 아무런 차이도 없어 보이지만, 양자 사이에는 상당한 차이가 있다. 이 점을 설명하기 위해 다시 한번 Field(1984)에서의 과제를 반추해 보자. Field는 허구론자가 플라톤주의적 모델이론과 증명이론을 사용하는 것이 정당화됨을 보여야 했다. Field는 우선 플라톤주의자가 플라톤주의적 모델이론과 증명이론을 사용하는 것이 정당화됨을 대문자화된 원리들을 표준수학으로부터 도출함으로써 보여야 했다. 그리고나서 Field는 플라톤주의자와 달리 허구론자가 지니는 어려움을 적시하고서 그 난점을 수학의 보수성에 호소함으로써 해결하려 했다. 수학적 존재자들이 존재하지 않는다면, 대문자화한 원리들의 전거들이 만족되지 않는 까닭에 논리적 가능성과 불가능성에 관한 발견에 그것들이 쓸모가 없다는 문제를 Field는 플라톤주의자와 달리 허구론자는 Ax_M이 참이라는 것을 알 필요 없이 $\Diamond Ax_M$이 참임을 알기만 하면 플라톤주의자가 가질 수 있는 논리적 가능성과 불가능성에 관한 모든 발견을 마찬가지로 얻을 수 있다고 주장했던 것이다. 여기서 주목해야 할 것은 Field가 옳다면 플라톤주의자가 증명이론과 모델이론을 사용하는 것은 정당화되며 수학의 보수성에 의해 허구론자가 증명이론과 모델이론을 사용하는 것도 아울러 정당화된다. 그런데 Field(1989a)에서는 플라톤주의자가 증명이론과 모델이론을 사용하는 것에 대한 정당화가 포기되고 단순히 그가 대문자화된 원리들을 받아들이는 것으로 이야기가 바뀌었다. 또 허구론자도 $\Diamond Ax_M$의 지식 덕에 플라톤주의자들만큼 대문자화된 원리들을 이용할 수 있다던 것이 대문자화된 원리들의 양상적 대리들을 사용할 수 있는 것으로 이야기가 바뀌었다. 따라서 엄격한 의미에서 플라톤주의자나 허구론자나 증명이론 및 모델이론적 사유를 사용하는 것이 정당화되지 못하고 있다. 그러한 사정이 Field로 하여금 "허구론자가 플라톤주의자 이상의 어려움을 겪지 않는다"는 상당히 약화된 결론으로 후퇴하게 만들었다고 믿어진다.

---

76) Field (1989a), 110.

여기서 물론 Kreisel의 아이디어와 논변들을 끌어들여 플라톤주의자나 허구론자나 모두 증명이론과 모델이론을 사용하는 것이 정당화된 것이라 주장할 여지는 있다. 그러나 Field가 실제로 취하고 있는듯한 이런 전략은 애초의 주장으로부터 상당한 거리가 있는 것임을 잊어서는 안된다. Field(1980)에서 Field는 전혀 표준적 모델이론과 증명이론에 대한 개혁을 시도하지 않은 채 수학의 보수성을 증명하려 했었다. 최근 Field가 취하는 입장은 설사 옳더라도 표준적 모델이론과 증명이론에 대한 광범한 개혁을 전제로 해야 지지될 수 있다. 따라서 그러한 단서를 달지 않았던 Field(1980)에서의 시도는 허구론자의 증명이론과 모델이론의 사용가능성에 관한 충분한 반성 없이 행해진 것으로서 완전히 실패로 돌아갔다고 할 수 있다.

이제 Field(1989a)에서 제시되고 있는 대문자화된 원리들의 양상적 대리들은 또 Field의 입장 변화에 관해 다른 의구심을 불러 일으킨다. 위에서 논의했듯 Field(1984)는 대상적 수준에서가 아니라 메타논리적 수준에서 사유하는 것의 유용성에 관한 문제가 제기되었을 때 두가지 접근방법의 가능성을 거론한 다음 유명론적 증명이론과 모델이론의 존재에 호소하는 첫번째 접근법을 마다하고 플라톤주의적 증명이론과 모델이론이 참이 아님에도 불구하고 유용하다는 것을 보이는 둘째 접근법을 시도했었다. 필자의 의문은 이제 양상적 대리들에 호소하게 됨으로써 Field는 둘째 접근법을 포기하고 그가 단지 주제를 변경하는 것에 불과하다고 일축했던 첫번째 접근법으로 눈길을 돌리게 된 것이 아니냐는 것이다. 만약 그렇다면 Field(1989a)는 그 두가지 접근법에 관한 논의를 대폭 수정했어야만 한다. 그러나 재미있게도 이 부분에 관한 한 Field(1989a)는 아무런 수정을 가하지 않고 있다. 이것은 Field(1989a)가 Field(1984)의 문제점을 수정, 보완하기보다는 더 많은 내적 모순을 끌어들이는듯 하다는 필자의 느낌을 강력히 떠받쳐 주는 것이 아닐까?

Field가 최후수단으로 유명론적 증명이론과 모델이론의 존재에 호소하려 한다는 조짐은 최근 "집합론의 보수성의 유명론적 증명"(Field(1992))이란 제목의 논문을 발표함으로써 가시화되고 있는 듯 하다. 이러한 Field의 전략의 변화는 Field(1984)와 Field(1989a)

양자에서 모두 강조되고 있는 "수학의 물리적 세계에의 적용" 문제와 "수학의 논리적 사유 연구에의 적용" 문제 간의 차이에 관해서 의구심을 불러 일으킨다. 이 차이점이 Field(1984)에서 강조되었던 것은 충분히 납득이 된다. Field(1980)에서 "수학의 물리적 세계에의 적용" 문제를 다룰 때 Field는 "유명론적 물리학의 존재"를 필요로 했었다. 그러나 "수학의 논리적 사유 연구에의 적용" 문제에 있어서는 유명론적 메타논리학을 필요로 하지 않는다는 것이 Field의 주장이었다.[77] 이러한 차이가 생기는 까닭을 Field는 물리학이 설명적 기능을 지니는데 반해 메타논리학에 있어서는 설명적 기능이 그것의 중심적 기능이 아니라는 데서 찾았다.[78] 이러한 설명은 당초 Field가 Field(1980)의 모두에서 수학적 존재자들과 자연과학의 이론적 존재자들의 차이를 부각시켰던 것을 상기시켜 준다.[79] 즉 Field의 프로그램 전체가 이 차이에 근거하거나 최소한 동기를 부여받고 있는듯 하다는 말이다. 그런데 Field는 이제 유명론적 증명이론과 모델이론의 존재에 호소하기 시작한듯 하다. 만일 그렇다면 Field는 Field(1989a)에서 수학의 물리학에의 적용 문제와 논리적 사유에의 적용 문제 간의 차이를 부각시킬 수 없거나 부각시켜서는 안되는 것이 아닐까? 이것은 Field(1989a)가 필요한 부분에 수정을 게을리 했다는 정도의 문제로 그치지 않는다. 수학을 메타논리학, 즉 일종의 수학에 적용할 때에도 유명론적 증명이론과 모델이론이 필요하다면, 이 경우 수학적 존재자와 유명론적 증명이론 및 증명이론의 이론적 존재자 간의 차이를 유지할 수 있을까 하는 의문이 생기기 때문이다. 그 차이를 유지할 수 없다면 Field의 유명론적 프로그램은 일거에 무너지지 않을까 우려된다.

Field(1991)과 Field(1992)는 아직 Chihara(1990)을 참조하지 않은 상태에서 나온 글들로 여겨지며, 어쨌거나 Field는 자신의 현 입장을 유지하기 위해 Chihara의 답변에 답할 부담을 안고 있다. 위에

---

77) Field (1984), 543; Field (1989a), 111.

78) Field (1984), 544-5; Field (1989a), 111-2.

79) Field (1980), 7-11.

서 필자가 표명한 몇가지 의문점들은 Chihara의 비판에 Field가 어떻게 대응하든지 간에 분명히 해주어야 할 점들을 애매하게나마 지적하려 한 것으로, 필자의 의견은 다음과 같이 한 마디로 요약됨직하다. Field의 프로그램을 계속 추구하려면 그는 응병시약격 미봉책을 부단히 마련하는 태도를 청산하고 자신의 현재의 입장을 충분히 개진하는 *Science without Numbers*의 개정판을 내야 할 것이다.

그러나 이 모든 문제점에도 불구하고 필자는 Field의 동키호테식 저돌에 정중히 경의를 표해두고 싶다. 지난 반세기 동안 세계 논리학계는 수학자들에 의해 주도되어 왔고, 철학자들은 수학자들이 얻은 성과들에 대한 충분한 논의나 이해 없이 굴종적인 자세를 감수해 왔다. 그 결과는 심지어 분석철학자들 간에, 즉 수리논리학에 크게 의존하여 작업하는 이들과 그렇지 않은 이들 간에, 빚어진 대화의 단절이다. 수학의 전문성에 함몰되어 근본 문제를 반성하는 철학자로서의 의무를 망각하는 일이나, 현대 수리논리학의 성과를 무시하고서는 분석철학의 문제를 제대로 다루기 어렵다는 현실을 직시하지 않는 일 모두 바람직하지 못하다고 볼 때, Field의 작업은 수리논리학의 성과를 비판적으로 수용하며 본격적인 철학의 문제에 도전하는 하나의 훌륭한 모델로 평가되기에 부족함이 없다. 이미 무수한 논적들을 상대로 다양한 쟁점들을 놓고 겨루고 있는 Field의 저돌은 한동안 침체되었던 수리철학과 논리철학의 분야를 장쾌한 영혼의 전장으로 변모시킬 것에 틀림없다.[80]

---

80) 위에서 언급한 논쟁들 이외에도 Field는 Maddy, Hale, Wright등과 처절한 대결을 벌이고 있다. 참고문헌 참조.

참고문헌

김영정·박우석, (1992 봄), "2차 논리학의 완전성과 불완전성", 『철학』, 37, 207-33.

이윤일, (1992), 『의미, 진리와 세계』, 서울: 자유사상사.

이종권, (1993), "지시관계에 대한 실재론과 반실재론의 더럽", 『실재론과 관념론』, 한국분석철학회편, 서울: 철학과 현실사, 304-39.

정인교, (1993), "프레게의 칸트적 주제들", 『실재론과 관념론』, 29-65.

Chihara, Charles, (1984), "A Simple Type Theory without Platonic Domains", *Journal of Philosophical Logic*, 4, 13-27.

______, (1990), *Constructibility and Mathematical Existence*, Oxford: Clarendon Press.

Cocchiarella, Nino, (1987), *Logical Studies in Early Analytic Philosophy*, Columbus: Ohio State University Press

Detlefsen, Donald, (1986), *Hilbert's Program: an Essay on Mathematical Instrumentalism*, Dordrecht: Reidel.

Field, Hartry, (1980), *Science without Numbers: A Defense of Nominalism*, Princeton: Princeton University Press.

_____, (1982), "Realism and Anti-realism about Mathematics", *Philosophical Topics* 13, 45-69; Field (1989), 53-78에 후기와 더불어 재수록됨.

_____, (1984), "Is Mathematical Knowledge Just Logical Knowledge?", *Philosophical Review*, 93, 509-52; Field (1989), 79-124에 후기와 더불어 재수록됨 (Field (1989a)).

_____, (1985), "On Conservativeness and Incompleteness", *Journal of Philosophy*, 81, 239-60; Field (1989), 125-46에 재수록됨.

_____, (1988), "Realism, Mathematics and Modality", *Philosophical Topics*, 19, 57-107; Field (1989), 227-81에 재수록됨.

_____, (1989), *Realism, Mathematics and Modality*, Oxford: Basil Blackwell.

_____, (1989a), Field (1989)에 재수록된 Field (1984).

_____, (1991), "Metalogic and Modality", *Philosophical Studies*, 62, 1-22.

_____, (1992), "A Nominalistic Proof of the Conservativeness of Set Theory", *Journal of Philosophical Logic*, 21, 111-23.

Friedman, Michael, (1981), "Review of Field (1980)", *Philosophy of Science*, 48, 505-6.

Goodman, Nicolas, (1990), "Mathematics as Natural Science", *Journal of Symbolic Logic*, 55, 182-93.

Gottlieb, Dale, (1980), *Ontological Economy: Substitutional Quantification and Mathematics*, Oxford: Clarendon Press.

Hale, Bob, (1987), *Abstract Objects*, Oxford: Basil Blackwell.

Kitcher, Philip, (1983), *The Nature of Mathematical Knowledge*, New York: Oxford University Press.

Kreisel, Georg, (1967), "Informal Rigour and Completeness Proofs", *Problems in the Philosophy of Mathematics*, ed. Imre Lakatos, Amsterdam: North Holland, 138-71.

Maddy, Penelope, (1990), *Realism in Mathematics*, Oxford: Clarendon Press.

Malament, David, (1982), "Review of Field (1980)", *Journal of Philosophy*, 79, 523-34.

Putnam, Hilary, (1971), *Philosophy of Logic*, New York: Harper.

_____, (1975), *Philosophical Papers*, vol. 1, Cambridge: Cambridge University Press.

Resnik, Michael, (1983), "Review of Field (1980)", *Nous*, 27, 514-19.

______, (1985a), "How Nominalist Is Hartry Field's Nominalism?", *Philosophical Studies*, 47, 163-81.

______, (1985b), "Ontology and Logic: Remarks on Hartry Field's Anti-platonist Philosophy of Mathematics", *History and Philosophy of Logic*, 6, 191-209.

Shapiro, Stewart, (1983), "Conservativeness and Incompleteness", *Journal of Philosophy*, 80, 521-31.

______, (1984), "Review of Field (1980)", *Philosophia*, 14, 437-44.