

# 위치 변환 패턴 인식을 위한 다항식 고차 뉴럴네트워크

정 종 수<sup>†</sup> · 홍 성 찬<sup>††</sup>

## 요 약

일반적인 역전파(Back Propagation)의 알고리즘을 다층 다항식 고차 뉴럴네트워크에 적용하여 위치 변환 패턴에 있어 정확한 인식을 할 수 있도록 네트워크의 구조를 개선했다. 본 논문의 목적은 다층 다항식 고차 뉴럴네트워크를 이용하여 여러 가지 패턴 인식이 가능한 이유를 자세히 논한다. 실제 예로는 일정한 문자 인식의 예제로 변형된 영문자 T-C 패턴을 가지고 실험했으며, 네트워크의 일반성(Generalization)을 측정하기 위해서는 거울반사 대칭(Mirror Symmetry)문제를 시뮬레이션 했다. 그 결과 종래의 모델 보다 기술적인 우수성을 확인할 수가 있었다. 본 연구가 제안한 방식에 의한 위치 변환된 T-C 패턴에 대하여서는 90%의 인식율을 얻을 수 있었으며, 일반성의 실험에서 거울반사 대칭(Mirror Symmetry)에 대한 인식율은 70%를 얻었다. 이 실험결과는 종래의 모델에서는 구하기 어려운 인식율이며 기존 연구와 비교한 결과 본 제안 방식의 기술적 우수성을 확연히 판단 할 수 있다.

## Polynomial Higher Order Neural Network for Shift-invariant Pattern Recognition

Jong Su Chung<sup>†</sup> · Sung Chan Hong<sup>††</sup>

### ABSTRACT

In this paper, we have extended the generalization back-propagation algorithm to multi-layer polynomial higher order neural networks. The purpose of this paper is to describe various pattern recognition using polynomial higher-order neural network. And we have applied shift position T-C test pattern for invariant pattern recognition and measured generalization by mirror symmetry problem. Simulation result shows that the ability for invariant pattern recognition increase with the proposed technique. Recognition rate of invariant T-C pattern is 90% effective and of mirror symmetry problem is 70% effective when the proposed technique is utilized. These results are much better than those by the conventional methods.

### 1. 서 론

패턴 인식에 있어서 비선형 분리 문제는 중요한 문제이다. 일찌기 뉴럴네트워크와 퍼셉트론(Perceptrons)의 연구에 있어 비선형 분리 문제가 중요한 연구 과제

중 하나로서 연구되어져 왔다. 그 결과 단층 1차 뉴럴네트워크는 선형 분리 가능한 패턴 인식문제만이 인식 가능하다는 사실을 알게 되었다. 그러나, 현실적인 패턴 인식문제에 있어서 선형 분리 가능한 문제보다는 선형 분리가 불가능한 문제가 더 많다는 사실에 우리는 주목해야 할 것이다. 이러한 현실적인 문제점을 해결하기 위해 고안된 형태로는 다층 1차 뉴럴네트워크(Multi layer neural network) 및 단층 고차 뉴럴네트

† 정 회 원: 계이오대학 전기공학과  
 †† 정 회 원: 한신대학교 정보통신학과  
 논문접수: 1996년 7월 16일, 심사완료: 1997년 10월 29일

워크(Higher order neural network) 방식이 있다.

다층 1차 뉴럴네트워크는 여러 가지 뉴럴네트워크의 응용 분야에 이용되어 많은 성과를 올렸다. 그러나 이러한 방식의 네트워크는 학습 속도가 느리다는 단점을 가지고 있다. 한편 고차 뉴럴네트워크는 연구 초기부터 비선형 분리가 가능한 네트워크로서 활발한 연구가 진행 되어 왔으나, 1960년대에 고차항의 뉴론 결합에 의한 뉴론의 폭발적인 증가 문제가 지적 되어왔다. 이러한 고차항의 뉴론의 증가에 의한 네트워크 구성이 비현실적이라는 지적으로 인하여 한동안 고차 뉴럴네트워크의 연구가 거의 중단되어져왔다. 이는 고차 뉴럴네트워크의 학습률에 있어 만족할 만한 방법을 발견하지 못했기 때문에 다층 1차 뉴럴네트워크의 학습법이 오랫동안 사용되게 되었다 해도 과언이 아닐 것이다. 최근에는 고차 뉴럴네트워크의 고차 항의 뉴론 발생을 적절히 조절하여 효율적인 네트워크 구성에 의한 여러 가지 특징들이 보고되었다[2, 3].

고차뉴론 뉴럴네트워크에 있어 복잡하게 결합된 뉴론은 생물학적인(Biological) 구조를 갖는 뉴럴네트워크로 형성 할 수가 있다[1]. 그러나 이전의 고차 뉴럴네트워크의 연구는 계산적인 효율 혹은 기하학적인 일정한 대상에 대하여서만이 인식이 가능한것 뿐이었다. 최근에 자일즈(Giles) 또는 다른 동료 연구자들에 의하여 크기 변형에 대한 인식, 위치 변형에 대한 인식, 회전 변형에 대한 인식 등의 연구가 진행되어 종래형 네트워크에서는 불가능했던 것이 고차 뉴럴네트워크에 의해서 인식 가능하다는 사실로 보고되었다. 또한 일반적인 고차 뉴럴네트워크의 학습률을 이용하여 많은 응용 분야에 있어서도 유효성이 보고되고 있다[1-5].

본 논문에 있어 중요한 목적은 역전파(Back Propagation) 학습 알고리즘을 다항식 고차 뉴럴네트워크에 적용하여 기술적인 확장과 더불어 일반성에 대한 조사를 목적으로 했다[6-10]. 또한 다항식 고차 뉴럴네트워크[10]를 이용하여 위치 변환에 대한 인식정도를 확인키 위하여 시뮬레이션을 실행했다.

## 2. 다항식 형태의 고차 뉴럴네트워크

고차 뉴럴네트워크는 자일즈(Giles)와 동료 연구자

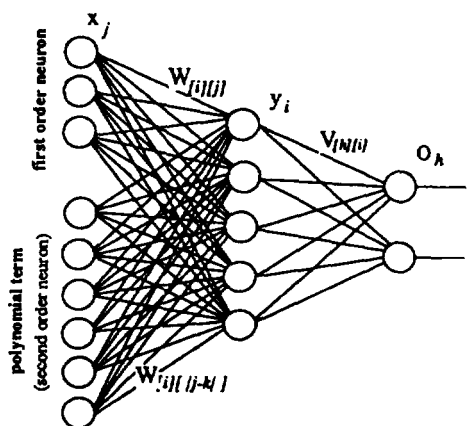
에 의하여 기본적인 구조가 정의 되었다[4, 5]. 일반적인 고차 뉴럴네트워크의  $i$ 뉴론에 대한 출력  $y_i$ 는 다음과 같이 표현한다.

$$y_i = s \left[ \sum_j w_{ij} x_j + \sum_j \sum_k w_{ijk} x_j x_k + \sum_j \sum_k \sum_l w_{ijkl} x_j x_k x_l + \dots \right] \quad (1)$$

여기서  $s$ 는 비선형의 시그모이드 함수,  $x_j, x_k$ 는  $j$ 와  $k$ 의 입력 뉴론이다.  $w_{ij}$ 는 출력층 뉴론의  $i$ 뉴론과 입력층의  $j$ 뉴론간의 연결강도이다.  $w_{ijk}$ 에서  $k$ 뉴론은 입력층에 의해 생성된 각 뉴론의 결합 연결강도이다. 또한 3차 항의 연결강도인  $w_{ijkl}$ 에서  $l$ 뉴론은 입력층에 의해 생성된 각 뉴론의 결합 연결강도이다.

다음은 제안 모델인 다항식 고차 뉴럴네트워크에 대하여 설명하겠다. 본 제안 모델인 다항식 고차 뉴럴네트워크의 구조는 (그림 1)과 같다. 모델의 구조는 다항식 2층 2차 구조로 구성된 네트워크이다. 그리고 모델의 특이점은 일반적인 표준 고차 뉴럴네트워크에 비해 고차 뉴론을 오직 입력층에만 갖고 있다는 사실이다. 그러므로 이 모델은 기존의 연구자 Chiro Chang 등[10]이 제안한 표준 고차 뉴럴네트워크보다 훨씬 간결한 구조를 형성하고 있으며 학습 속도 또한 훨씬 단축되리라고 생각된다.

본 논문의 중요한 목적은 다항식 2층 2차를 이용하여 변형된 패턴을 일정하게 인식 가능하게 하는데 주



(그림 1) 제안 모델의 구조  
(Fig. 1) Structure of the proposed model

안점을 두었다. 모델은 고차 뉴럴네트워크의 단점인 뉴런의 폭발적인 증가를 방지하고 필요한 뉴런만을 발생하기 위하여 (2)식에 준한 뉴런을 생성하였다. 여기서도 일반적인 위치변형에 대한 인식문제에 적용된 2차 뉴럴네트워크 구조를 이용하여 위치변형에 대한 인식이 가능할 수 있도록 다항식 2층 2차 뉴럴네트워크를 형성했다. 일반적인 다항식 고차 뉴럴네트워크의 중간층의 출력값  $y_i$ 는 다음과 같다.

$$y_i = s \left[ \sum_j w_{ij} x_j + \sum_j \sum_k w_{ijk} x_j x_k \right] \quad (2)$$

본 모델은 일반적인 다항식 고차 뉴럴네트워크를 이용하여 위치 변환에 대하여 일정한 인식과 여러 가지 형태의 패턴인식이 가능하도록 하는데 목적이 있다. 위치 변환에 대하여 일정한 패턴 인식이 가능하도록 하기 위해서는 학습 매커니즘에 있어 일정한 연결강도의 조절이 중요한 포인트가 된다. Max B. Reid 등[3]은 연결강도 조절에 대한 구체적 언급을 하고 있다. 그러나 그들은 단지 일반적인 고차 뉴럴네트워크에 의한 일정한 패턴 인식 문제만을 다루었다. 또한 그들은 오직 2차 뉴런만을 가지고 있는 단층 구조를 고려했다. 이에 반해 본 논문은 종래의 다항식 고차 뉴럴네트워크가 위치 변환에 대한 일정한 패턴 인식과 다양한 패턴 인식에 응용이 가능하도록 구조를 개선했다. 즉 종래의 위치 불변의 패턴 인식을 했던 모델과는 근본적인 구조가 다르다. 간단히 예를 들면 본 모델은 2층 구조로서 1차와 2차 뉴런을 공히 사용하고 있다는 점이다. 기존의 연구에서 위치 불변의 패턴 인식을 하기 위해서는 무엇보다 중요시했던 사실은 오직 2차 뉴런간의 결합 관계, 즉 2차 뉴런간의 일정한 연결강도를 구하는 것만이 중요한 포인트였다. 이에 따라 거의 대부분의 위치 불변의 패턴 인식을 내용으로 하는 모델들은 단층 2차 뉴런을 갖는 형태의 모델이었다. 그러나 본 모델은 위치 변환에 대하여 일정한 패턴 인식이 가능하도록 2차 뉴런 부분을 (3)식으로 변환시켜 학습을 한다. 그리고 중간층의 출력 값을 다시 정리하면 (4)식과 같다.

$$w_{ijk} = w_{ij-k} \quad (3)$$

$$y_i = s \left[ \sum_j w_{ij} x_j + \sum_j \sum_{k(j < k)} w_{ij-k} x_j x_k \right] \quad (4)$$

(그림 1)에서 보는 바와 같이 출력층의  $o_k$ 의 출력값은 다층 1차 뉴럴네트워크와 동일한 방식으로 구한다. 출력층의 출력값은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$o_k = s \left[ \sum_i v_{ki} y_i \right] \quad (5)$$

여기서  $o_k$ 는 출력층의 출력이며  $v_{ki}$ 는 출력층과 중간층 사이의 연결강도이다.

### 3. 역전파 다항식 고차 뉴럴네트워크

교사 달린 학습은 실제의 네트워크의 출력과 교사 신호와의 오차를 점점 줄여 가는 학습법으로 패턴 인식 및 연상 기억 등에 주로 이용되는 학습 방식이다. 이러한 학습 방법 중에 대표적인 모델이 역전파(Back Propagation) 학습법이다. 이 모델은 뉴럴네트워크의 여러 응용 분야에 있어 우수한 성과가 보고된바 있으며 뉴럴네트워크에 있어 가장 성공적인 모델로써 현재에도 광범위하게 적용되고 있다. 이러한 특징을 본 논문의 다항식 고차 뉴럴네트워크의 기본 학습방식에 적용하고 있다.

다음은 역전파 학습 알고리즘에 의한 오차 감소에 관하여 논한다. 먼저 최소의 오차는 (6)식과 같이 구한다.

$$E = \frac{1}{2} \sum_k (t_k - o_k)^2 \quad (6)$$

여기서  $t_k$ 는 결정된 출력 즉 교사 신호이며,  $o_k$ 는 출력층 뉴런의 실제치이다.  $h$ 는 출력층의 뉴런의 갯수이다. 다음은 최급강하법(gradient descent method)에 의한 출력층과 중간층 사이의 연결강도를 조절한다. 역전파 학습에 의한 연결강도 조절은 (7)식과 같다.

$$\Delta v_{ij} = -\beta \frac{\partial E}{\partial v_{ij}} = -\beta(t_k - o_k) o_k(1 - o_k) y_i \quad (7)$$

다음은 중간층으로 부터 입력층 사이의 연결강도인 1차 뉴런과 2차 뉴런의 조절은 위치 변환에 대해 일정 값을 얻기 위하여 다음과 같이 역전파(Back Propagation) 학습을 한다.

$$\Delta w_{ij} = -\beta \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = -\beta \sigma y_i(1 - y_i) x_j$$

(First Order Neuron) (8)

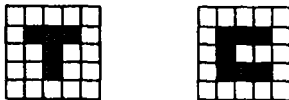
$$\Delta w_{ij-k} = -\beta \frac{\partial E}{\partial w_{ij-k}} = -\beta \alpha y_i(1-y_i)x_j x_k$$

(Second Order Neuron) (9)

여기서  $\beta$ 는 학습에 있어 습득해 가는 학습 속도의 조절 함수의 파라메타이며 이 값은 0에서 1사이의 적절한 값을 취한다.

4. 적용결과 및 평가

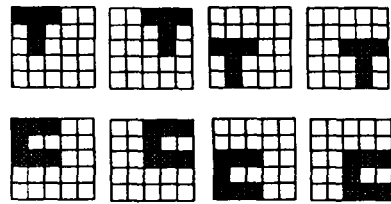
본 모델이 제안한 새로운 구조에 의한 다항식 고차 뉴럴네트워크의 특성을 알아 보기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 했다. 본 제안 모델에 의한 중심적인 컴퓨터 시뮬레이션은 위치 변환에 대해 일정한 패턴 인식과 패턴 분리를 중심으로 했다. 본 모델과 종래의 모델과의 특성을 비교하기 위하여 종래의 모델인 고차 뉴럴네트워크와 일반적인 다항식 2층 2차 뉴럴네트워크를 구성하여 본 모델과의 특성을 비교했다. 특성을 비교하는데 있어 두 가지의 다른 형태의 패턴 데이터를 가지고 시뮬레이션을 했다. 먼저 위치 변환에 대하여 일정한 패턴 인식을 하는 문제로써 T-C 위치 변환 데이터를 가지고 실험했다. 시뮬레이션을 하는데 있어 우선 연결강도의 초기치 값이 -1 부터 1까지의 범위의 랜덤값을 가지고 실행했다. 입력값으로는 25차원의 2진 데이터를 갖고 있으며 출력값으로는 T 또는 C 를 구분할 수 있도록 2차원의 출력값을 갖게하여 시뮬레이션 했다. (그림 2)는 학습 패턴으로 정위치의 T와 C의 패턴이다.



(그림 2) 패턴 T와 C의 학습  
(Fig. 2) Learning patterns of T and C

시뮬레이션을 함에 있어 학습 습득 파라메타 값으로는 1.0을 부여했다. 위치 변환된 패턴 데이터는 (그림 3)이다. (그림 3)에 의한 인식율의 결과는 <표 1>과

같다. 이 결과는 각 모델에 있어 100회 시뮬레이션을 실행한 결과를 평균치한 결과이다. 이 결과에서 알 수 있듯이 본 제안 방법에 의한 위치 변환에 대한 일정한 패턴 인식 문제가 종래형에서는 거의 불가능했으나 본 연구에서는 위치 불변의 기능을 도입함으로써 위치 변환에 대해 일정한 패턴 인식이 가능하게 되었다는 사실이 입증되었다.



(그림 3) 패턴 T와 C의 테스트  
(Fig. 3) Test pattern of T and C

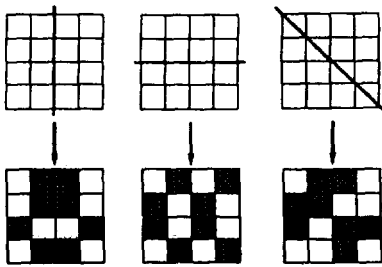
<표 1> 위치변환 패턴 T와 C의 인식율  
<Table 1> Recognition rate of shift patterns T and C

	Learning Epochs	Recognition Rate		
		Hidden 3	Hidden 5	Hidden 10
Proposed Model	200	80.2%	82.4%	81.6%
	500	85.4%	86.5%	85.1%
	2000	85.5%	87.5%	89.5%
Normal Polynomial Second Order	200	41.3%	40.3%	41.7%
	500	40.2%	39.9%	42.6%
	2000	38.8%	38.3%	40.2%
Standard Second Order	200	46.9%	44.0%	44.5%
	500	46.7%	43.6%	44.2%
	2000	45.3%	42.6%	42.8%

두 번째의 특성 비교는 일반성(Generalization)을 측정하는 문제로 4x4 거울반사 대칭(Mirror Symmetry) 문제를 가지고 시뮬레이션을 했다.

여기서 간단히 4x4 거울반사 대칭(Mirror Symmetry) 문제에 대하여 설명하면, 4x4 거울반사 대칭(Mirror Symmetry)문제는 2진의 대칭축을 학습하고 인식하는 문제이다. 예를들어 (그림 4)는 패턴 학습

데이터를 표현한다. (그림 4)는 좌로부터 좌우 대칭, 상하 대칭, 경사면 대칭 등의 각각 패턴을 나타내고 있다. 이 같은 대칭 패턴은 4×4 좌우 대칭 및 상하 대칭, 대각선 대칭을 통합한 패턴 수는 약 1500패턴 정도가 된다. 여기서 1500패턴의 수는 복수의 카테고리 에 속하는 패턴은 제외한 숫자이다.



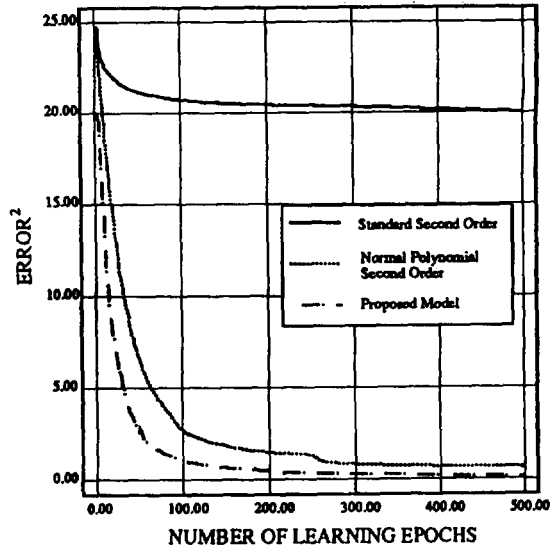
(그림 4) 거울 반사 대칭 패턴의 문제  
(Fig. 4) Patterns for mirror symmetry problem

여기서 거울반사 대칭(Mirror Symmetry)문제의 학습은 1500패턴 중에 일부의 패턴을 학습한 후에 미학습 테스트 패턴을 어느 정도 인식 가능한가를 측정하는 문제로 일반성을 측정하는 대표적인 문제이다.

본 모델은 시뮬레이션을 하는데 있어서 분포밀도 0.5를 가진 패턴 데이터 120개를 가지고 실험을 했다.

120개의 데이터중  $\frac{1}{2}$  이 학습 데이터이며 나머지  $\frac{1}{2}$  은 테스트 패턴이다. 시뮬레이션에 있어서도 초기치는 -1 부터 1 사이의 랜덤 함수를 갖고 시행했으며 학습 습득 파라메타 값은 0.3으로 설정했다. 또한 중간층의 뉴런 수를 다양하게 조작하여 인식율을 구했다. 중간층의 뉴런수를 5로 했을때의 학습에 있어 최급강하법에 의한 오차 감소 곡선은 (그림 5)와 같이 구할 수 있다. 위의 실험 결과에서 알 수 있듯이 본 모델을

갖고 일반성을 측정할 결과 종래형보다 오차곡선이 0 에 더 가까우며 인식 또한 종래형 보다 더 높은 결과를 얻을 수 있었다. 따라서 본 모델이 종래형 보다 여러가지면에서 우위성을 확인 할 수 있었다.



(그림 5) 거울 반사 대칭 패턴의 에러 곡선  
(Fig. 5) Error curves of mirror symmetry

### 5. 결 과

본 논문은 종래형의 다항식 고차 뉴럴네트워크를 개선, 위치 변환 패턴에 대하여 일정한 패턴인식이 가능하도록 구조를 개선했다. 그 결과 위치 불변의 패턴 인식뿐만 아니라 일반성이 종래형 보다 훨씬 향상될 수 있다는 사실을 확인할 수가 있었다. 이러한 특성은 고차 뉴럴네트워크를 이용하는 면에 있어서 더 한층 응용 범위를 확대해 줄 뿐만 아니라 여러가지 형태의 뉴럴네트워크에 있어 위치 불변의 패턴 인식이 가능하다는 사실을 보여준다.

한편, 뉴럴네트워크를 사용하는데 있어 단편적인 응용면 즉 일반성의 결여 등이 지적되고 있으나 본 제안 방법에 의하여 종래형의 결점을 어느 정도 보완 향상된 사실을 4×4 Mirror Symmetry 문제를 가지고 입증하였다.

〈표 2〉 거울 반사 대칭의 인식 결과

〈Table. 2〉 Recognition results of mirror symmetry

	recognition Rate
Proposed Model	70.0%
Normal Polynominal Second Order	45.3%
Standard Second Order	20.0%

참고문헌

[1] T. Maxwell, C. L. Gile, Y. C. Lee and H. H. Chen, "Nonlinear Dynamics of Artificial Neural Network", AIP, pp. 299-304, 1986.

[2] Lilly Spirkovska and Max B. Reid, "Connectivity Strategies for Higher-Order Neural Networks Applied to pattern Recognition", IJCNN, Vol. 1, pp. 21-26, 1990.

[3] Max B. Reid, Lilly Spirkovska and Ellen Ochoa, "Rapid Training of Higher-Order Neural Networks for Invariant Pattern Recognition", IJCNN, Vol. 1, pp. 689-692, 1989.

[4] C. L. Gile and T. Maxwell, "Learning invariance and generalization in Higher-Order Neural Network", Applied Optics, Vol. 26, pp. 4972-4978, 1987.

[5] C. L. Giles, R. D. Griffin and T. Maxwell, "Encoding Geometric Invariance in Higher-Order Neural Network", AIP, pp. 301-309, 1988.

[6] Byeong-Cheol Kim, Hee-yong Kwon, Dong-Kyue Kim and Hee-Ywang, "Shift Invariant Character Feature Extraction Using Second Order Neural Network Characteristics", WCNN, Vol. 4, pp. 28-432, 1993.

[7] Yong-Chul Shin and Ramalingam Sridhar, "Network Configuration and Training Speeds of Second-Order Neural Networks", WCNNI, Vol. 1, pp. 585-588, 1993.

[8] Fernando J. Pineda, "Generation of Back Propagation Recurrent and Higher Order Neural Networks", AIP, pp. 602-611, 1988.

[9] Chirho Chang and J. Y. Cheung, "Back Propagation Algorithm in Higher Order Neural Network", Proc. of IJCNN, Vol. 3, pp. 551-556, 1992.

[10] Chirho Chang, Jin-Ling and J. Y. Cheung, "Polynomial and Standard Higher Order Neural Network", Proc. of IJCNN, Vol. 2, pp. 989-994, 1993.



정종수

1993년 수원대학교 전자공학과 졸업(학사)  
 1996년 게이오대학교 전기공학과 졸업(공학석사)  
 관심분야: 패턴인식, 영상처리, 신경회로망



홍성찬

1982년 고려대학교 통계학과 졸업(학사)  
 1990년 게이오대학교 관리공학과 졸업(공학석사)  
 1994년 게이오대학교 관리공학과 졸업(공학박사)  
 1994년~1995년 (주)LG-EDS시 스태프 컨설팅부문 부장  
 1994년~1995년 게이오대학교 연구원  
 1995년~1997년 상명대학교 정보과학과 전임강사  
 1997년~현재 한신대학교 정보통신학과 조교수  
 관심분야: 소프트웨어공학, 신경회로망, CALS/CIM