

한국 서도 소리(발성법)에서의 카오스*

이명화 · 소광섭

서울대학교 물리교육과, 서울 151-742

(1996년 2월 9일 받음, 1996년 7월 9일 최종수정본 받음)

한국 전통 민요중 서도 소리와, 서양 노래인 “도레미송”의 시계열을 분석하여, 서양 노래와는 달리 서도 소리에서 카오스적 시계열이 나타남을 보였다. 이를 위하여 서양 노래의 파워 스펙트럼이 δ -함수로 나타나는 것과 대조적으로 서도 소리는 카오스적 행동을 나타내는 넓은 띠의 파워 스펙트럼을 가짐을 보였다. 카오스적 파워 스펙트럼이 나타나는 서도 소리의 시계열 영역에서 야릇한 끌개(strange attractor)가 나타나는가를 조사하였고, 리아푸노프 지수를 구하여 양의 값을 얻었으며, 끌개의 상관 차원(correlation dimension)이 약 4.27 임을 보였다.

I. 서 론

소리 신호의 표현 방법을 얻는 것은 소리의 연구에서 매우 중요하다. 그것의 한 방법으로 사람이 소리를 낼 때 소리의 발생 과정을 모형화하는 것이 연구되어왔다. 이를 위하여 전통적으로는 선형 모형이 사용되어왔다. 선형 모형에서 소리는 시간에 따라 변화하는 선형계, 즉 성도를 자극시켜 발생하는 산물로 간주된다.

최근 들어 소리를 카오스 동역학을 이용하여 분석하는 방법이 연구되어 왔다 [1]. 이 논문에서 우리는 소리의 모형화를 더 증진시키기 위하여 비선형 모형을 사용하는 가능성을 조사한다. 특히 서양 노래와 대조적으로 한국 전통 민요의 시계열에서 카오스를 발견할 수 있는가를 조사하는 것이다.

주어진 시계열이 카오스적 행동을 나타내는지 알아보기 위하여 한국 전통 민요와 서양 노래 시계열의 파워 스펙트럼을 조사하였다. 그리고 카오스 계의 전형적인 성질을 나타낸 한국 전통 민요의 시계열 영역이 위상 공간에서 그리는 자취를 특이값 방법(singular value methods)을 사용하여 조사하였고, 이를 서양 노래 시계열의 자취와 비교하였다. 한국 전통 민요의 시계열이 형성하는 끌개가 카오스적 행동의 산물인지를 알아보기 위하여 리아푸노프 지수를 구하여 서양 노래 시계열의 것과 비교하였다. 그리고, 이때 나타나는 끌개들의 상관 차원(correlation dimension)을 구하였다.

한국 전통 민요로는 평안도나 황해도에서 발달한 서도소리가 사용되었다. 서도 소리의 발성법은 매우 독특하여 특히 떠는 목(vibration)이 발달했는데 그 중에서 서도 소리 기능 보유자인 오복녀씨가 부른 “관산용마”가 분석되었다. 서양 노래로는 “도레미송” 중 ‘미’, ‘솔’, ‘시’ 음이 사용되었다.

*이 연구는 서울대학교 이론물리센터(SNU, CTP) 및 서울대학교 기초과학연구소(project No. BSRI 95-2418)의 지원을 받았습
니다.

II. 카오스적 시계열이 갖는 특성의 이론적 고찰

실험으로부터 얻은 데이터를 이해하기 위해 사용될 수 있는 첫번째 방법은 파워 스펙트럼 분석이다. 파워 스펙트럼은 신호 q_i 에 포함된 단위 시간당의 에너지의 양을 진동수의 함수로서 측정하는 것이다.

$$I(\omega) = \frac{1}{2\pi} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left| \int_{-T}^T q_i(t) e^{i\omega t} dt \right|^2 \quad (1)$$

파워 스펙트럼은 계가 주기적인지, 준주기적인지, 카오스적인지를 나타낸다 [2]. 진동수 ω 를 갖는 주기적인 계의 파워 스펙트럼은 ω 와 그것의 정수배 진동수 $2\omega, 3\omega, \dots$ 에서 δ -함수를 갖는다.

$$q(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \alpha_k e^{ik\omega_0 t} \quad (2)$$

$$I(\omega) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |\alpha_k|^2 \delta(\omega - k\omega_0) \quad (3)$$

기본 진동수 $\omega_1, \dots, \omega_k$ 를 갖는 준주기적 계는 이것과 이것을 정수 계수로 선형 결합한 진동수에서 δ -함수를 갖는다.

$$q(t) = \sum_{k_1=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{+\infty} \alpha_{k_1 k_2} e^{i(k_1\omega_1 + k_2\omega_2)t} \quad (4)$$

$$I(\omega) = 2\pi \sum_{k_1=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{+\infty} |\alpha_{k_1 k_2}|^2 \delta(\omega - k_1\omega_1 - k_2\omega_2) \quad (5)$$

카오스계의 파워 스펙트럼은 몇 개의 지배적인 봉우리(peak)

를 갖지만 다소 넓게 퍼진 모양을 한다. 이것은 계가 반드시 무한 차원을 가짐을 의미하는 것은 아니고, 유한 차원의 끌개에서 시간에 따라 비선형적으로 변화하는 것으로 종종 나타난다.

위상 공간에서 나타나는 끌개를 조사하여 계의 특성을 알아낼 수 있다. 시간에 무관한 안정 평형에 해당하는 고정점(fixed point), 안정한 주기적 진동에 해당하는 끌들이(limit cycle), 진동수들 사이에 유리수 계수를 갖지 않는 진동수 $\omega_1, \dots, \omega_k$ 인 k 개의 진동자들의 집합에 해당하는 준주기적 끌개(이때 운동은 k 차원의 토아리(torus)에서 일어난다) 등의 단순한 끌개들이 있다 [4]. 야릇한 끌개(strange attractor)는 흐름(flow)이 모든 방향에서 부피 요소를 수축시키지 않고 어떤 방향에서는 그것을 늘여나게 할 때 나타난다 [5]. 이것은 처음에는 끌개상에서 서로 매우 가까웠던 점들의 궤도가 시간이 지남에 따라 지수적으로 서로 떨어지는 것을 가능하게 한다. 야릇한 끌개상에서의 운동은 주기적이지 않고 초기 조건에 매우 민감하기 때문에 오랜 시간에 대하여는 예측 불가능하므로 카오스적이고, 또한 단순한 구조를 갖지 않는다.

리아푸노프 지수는 각각의 끌개들을 구별하는 것을 가능하게 한다. 그것은 위상 공간에서 서로 근접해있는 궤적들이 지수적으로 발산하게 되거나 혹은 수렴하게 되는가를 나타낸다. $\dot{x} = F(x)$ 로 주어지는 어떤 동력학적 계의 해로서 궤적 $x(t)$ 를 고려하면, $x(t)$ 에서의 탄젠트 공간상의 탄젠트 벡터 $u(t)$ 의 시간 변화는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{u} = T(x(t)) \cdot u, \quad (6)$$

여기서 $T = DF = \partial F / \partial x$ 로서 F 의 야코비 행렬이다. 탄젠트 벡터 u 의 평균 지수적 발산율, 즉 리아푸노프 지수는 다음과 같이 정의된다 [6].

$$\lambda(x(0), u(0)) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{\|u(t)\|}{\|u(0)\|}. \quad (7)$$

양의 리아푸노프 지수는 궤적들의 지수적 발산을 나타내고, 이것은 초기 조건에 계가 매우 민감하게 의존함을 말한다. 이것은 카오스적 계의 특징이며, 따라서 어떤 계가 적어도 한 개 이상의 양의 리아푸노프 지수를 포함할때 그 계는 카오스적이라고 정의된다. 음의 리아푸노프 지수는 섭동에 대한 계의 안정성을 나타낸다. 예를 들어, 3차원 위상 공간에서 고정점은 3개의 음의 리아푸노프 지수를 갖는다. 끌들이는 $\lambda_1 = 0, \lambda_3 < \lambda_2 < 0$, 토아리는 $\lambda_1 = \lambda_2 = 0, \lambda_3 < 0$ 인 리아푸노프 지수를 갖는다. 야릇한 끌개상에서의 카오스적, 불규칙적 운동은 $\lambda_1 > 0, \lambda_2 = 0, \lambda_3 < 0$ 으로 나타난다.

끌개의 성질을 알아보기 위하여 또한 그것의 차원(dimension)을 구해볼 수 있다. 단순한 끌개들의 차원은 그것들의 규칙적 구조때문에 정수값을 갖는다. 예를 들어, 고정점은 0, 안정한 주기적 진동은 1, 이중 주기적 끌

개는 2의 차원을 갖는다. 그러나 야릇한 끌개는 정수가 아닌 차원을 갖는다. 야릇한 끌개의 차원을 구하기 위한 여러 가지 정의의 차원이 있으나 그 중 상대적으로 계산하기 쉬운 것이 상관 차원(correlation dimension) ν 이다 [7]. 상관 적분(correlation integral) $C(r)$ 을 다음과 같이 정의하면

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_i C_i(r) \quad (8)$$

이때 $C_i(r)$ 은 끌개상에서 두 점, (s_i, s_j) 사이의 거리가 r 보다 작은 점, s_j 의 갯수를 말한다. 이를 바꿔쓰면 [10]

$$C(r) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{0 \leq i < j < N} H(r - \|s_i - s_j\|) \quad (9)$$

$$= \frac{2}{N(N-1)} \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-1-n} H(r - \|s_i - s_{i+n}\|) \quad (10)$$

이때 헤비사이드(Heaviside) 함수는 다음과 같이 주어진다.

$$H(r) = \begin{cases} 1 & \text{if } r \geq 0 \\ 0 & \text{if } r < 0. \end{cases} \quad (11)$$

$r \rightarrow 0$ 일때 다음의 관계식이 성립하므로

$$C(r) \propto r^\nu, \quad (12)$$

작은 r 에 대하여 $\log C(r)$ 대 $\log r$ 그래프의 기울기로부터 상관 차원 ν 를 구할 수 있다. 이것으로부터 또한 결정론적 카오스를 임의적 소음(noise)으로부터 구별해낼 수 있다. 야릇한 끌개로부터 나오는 신호의 경우에는, 포함공간 차원(embedding dimension) n 을 증가시킴에 따라 처음에는 $\log C(r)$ 대 $\log r$ 의 기울기 역시 증가하다가 결국 n 에 무관한 상관 차원 ν 에서 수렴하게 된다. 임의적 소음의 경우에는 n 이 증가함에 따라 $\log C(r)$ 대 $\log r$ 의 기울기 역시 무한히 증가한다.

III. 한국 전통 민요와 서양 노래를 사용한 분석 결과

1. 실험 데이터의 처리 방법

한국 전통 민요와 서양 노래를 비교 분석하였다. 한국 전통 민요로는 서도 지방에서 발달한 서도 소리가 사용되었는데, 서도 소리는 발성법이 매우 독특하여 그것의 가장 두드러진 특징을 평안도 사투리식의 굵고 깊은 목에서 나오는 독특한 떠는 목(vibration)에서 찾아볼 수 있다. 실제 분석에서는 서도 민요의 모든 발성법이 함축되었는 “관산용마”라는 제목의 곡이 사용되었다. 부른 사람은 오복녀씨로서 그녀는 1913년 평양에서 태어나 1971년에 서도 소리 기능 보유자로

표 1. 서도 소리‘관산용마’의 나누어진 구간들.

번호	가사	시간
1	추강이	3.5 s
2	이 ~	10.0 s
3	이 ~	14.5 s
4 (*)	적마	10 s
5 (*)	악	9.0 s
6 (*)	어룡	6.0 s
7	냉	12.5 s
8 (*)	하 ~	11.5 s 9
니	8.5 s	
10	이 ~	9.5 s
11	히 ~	7.5 s
12	인재	3.0 s
13	애	9.0 s
14 (*)	이 ~	9.5 s
15 (*)	서	7.0 s
16	푸	13.0 s
17	우 ~	8.0 s
18 (*)	~ 용	13.0 s
19	중선루를	15.0 s

(넓은 파워 스펙트럼이 나타난 부분은 * 표시를 했음)

지정되었다. 곡의 총 길이는 약 220초 가량 되며 곡의 가사는 표 1에 주어져 있다. 노래의 어떤 부분이 카오스적 행동을 보이는지를 알기 위하여 전체 곡을 다시 19개의 구간으로 나누어 분석하였다. 서양 노래로는 영화 ‘사운드 어브 뮤직’에 나왔던 “도레미송”이 사용되었는데 그 중에서 특히 ‘미’, ‘솔’, ‘시’ 음이 각각 분석되었다. 각각의 음의 길이는 약 0.5 초 가량이다.

모든 데이터는 ‘크리에이티브 기술사’의 ‘사운드 블래스터 AWE32’를 사용하여 펄스 변조(Pulse Code Modulation), 모노 방식으로 웨이브 파일의 형태로 녹음되었다. 표본추출율은 22050 Hz였는데, 이는 소리 신호의 진폭이 1초에 22050번 컴퓨터로 읽혀져 숫자로 바뀌게 됨을 말한다. 각 채널에서 각각의 표본을 나타내는데 사용된 데이터의 비트수를 나타내는 표본추출 크기는 8비트였다. 녹음된 웨이브 파일을 분석하기 위한 프로그램은 모두 C++ 언어로 씌어졌고, 아이비엠 개인용 컴퓨터(IBM PC)에서 실행되었다.

2. 파워 스펙트럼의 측정

스칼라 신호의 파워 스펙트럼은 단위 시간당 푸리에 진폭의 제곱으로 정의된다. 실험으로부터 일정한 시간 간격 Δt 로 표본화된 유한한 크기의 데이터 집합 $\{x_n\}$ 을 얻었으므로 데이터에 대하여 피옴피옴 푸리에 변환(discrete Fourier transform(DFT))을 하였다. N 개의 점들 x_n 의 DFT는 다음과 같이 주어진다 [8].

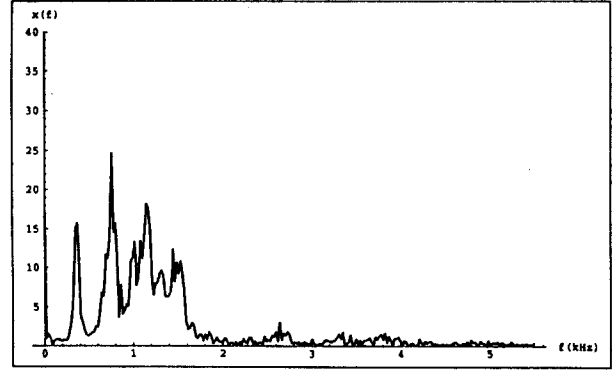


그림 1. 서도 소리의 전형적인 스펙트럼의 예(제 8구간). 카오스의 특성을 보여주는 봉우리와 넓은 연속 구간이 있다.

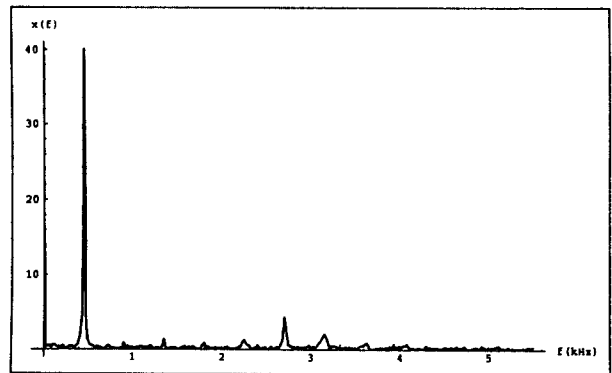


그림 2. 서양 음악 발생(시 Si)의 스펙트럼. δ -함수 봉우리(peak)를 잘 보여준다.

$$x_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{2\pi i n k / N}, \tag{13}$$

이때 진동수는 다음과 같이 주어진다.

$$f_k = \frac{k}{N\Delta t} \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \tag{14}$$

DFT를 구하기 위한 유용한 알고리즘인 고속 푸리에 변환(FFT)을 사용하였고, 전체 데이터에서 일정한 간격으로 선택된 약 46.4 ms의 소리에 해당하는 512개의 데이터에 대한 FFT를 구하였다. 한국 전통 민요의 경우에는 총 210개, 서양 노래의 경우에는 총 22개의 FFT 데이터를 얻었다.

그 결과 한국 전통 민요의 19개 구간 중에서 7개의 구간에서 카오스계의 특징인 다소 넓게 퍼진 스펙트럼을 얻었고, 서양 노래의 경우는 주기적, 준주기적계의 특징인 δ -함수, 불연속적 봉우리(peak)들을 얻었다.

그림 1은 서도 소리의 스펙트럼 중 제 8구간에 해당하는 것으로 카오스의 특성을 전형적으로 보여주는 봉우리와 넓은 연속 구간이 잘 나타나 있다. 그림 2는 서양 음악 발생(시 Si)의 스펙트럼으로 주기적 계의 특징인 δ -함수 봉우리(peak)를 잘 보여준다.

3. 위상 공간상에서의 끌개

넓고 연속적인 파워 스펙트럼을 보인 한국 전통 민요의 구간에서 야릇한 끌개가 나타나는지, 그리고 서양 노래의 시계열에서는 주기적, 준주기적 끌개가 나타나는지 조사하였다. 실험적 데이터로부터 얻어진 1차원 시계열에서 기하학적 정보를 얻기 위해서는 먼저 상태 공간(state space)을 재구성해야 한다. 가장 간단한 방법은 시계열의 n 개의 가장 최근의 표본들로부터 벡터를 얻는 지연 방법(delay method)이다. 즉, 시간 t 에서의 지연 벡터 d_t 는

$$d_t \equiv (x_t, x_{t-\tau}, \dots, x_{t-(n-1)\tau})^T \quad (15)$$

여기서 n 은 포함공간 차원을 나타내고, 시간 t 에서의 상태(state)는 $s_t = d_t$ 로 주어진다.

지연 벡터는 널리 쓰이는 방법이긴하나 τ 와 n 의 선택에 따라 다른 결과를 초래하므로 이것을 보완하기 위하여 지연 좌표계에 특이값 분해(singular value decomposition)를 적용하였다 [3]. 즉, 공분산 행렬(covariance matrix) $C_{ij} = \langle x_{t-i\tau}, x_{t-j\tau} \rangle_t$ ($|i-j| < n$)을 계산하여 그것의 고유값과 고유 벡터를 구하면 고유 벡터는 새로운 좌표계를 정의하게 된다. 고유값이 기준치 이상인 성분만을 사용하면 n 과 τ 에 무관한 상태 공간을 얻을 수 있다. 이때 상태 벡터(state vector)는 다음과 같이 주어진다.

$$s_t = \tilde{V}^T d_t \quad (16)$$

여기서 \tilde{V} 는 고유값이 기준치보다 큰 것에 해당하는 고유 벡터의 열벡터들로 구성된다.

상태 벡터를 구하기 위하여 한국 전통 민요의 경우에는 3×10^4 개, 서양 노래의 경우에는 5×10^3 개의 데이터가 사용되었다. 상태 벡터를 구한후 제적은 2차원 평면과 3차원 공간에 투사되었다. 그 결과 한국 전통 민요 시계열의 위상 공간에서의 자취는 뒤엉키고 넓게 퍼진 형태로, 그러나 임의적 소음(random noise)과는 다른 형태로 나타났고 서양 노래 시계열의 자취는 2차원 토아리(torus)를 나타냈다. 이것으로부터 한국 전통 민요의 시계열은 주기적, 준주기적 계와는 다른 형태의 끌개를 가짐을 알 수 있었고, 3차원 공간에서 엉킨 형태로 나타난 것으로 보아 이것만으로 끌개의 차원을 결정하기에는 그 값이 너무 크다는 것을 알 수 있었다.

그림 3은 서도 소리(제 8구간)의 자료점들을 3차원 위상 공간에 나타낸 것으로 복잡하게 흩어져 있어 일정한 모양을 볼 수 없다. 그림 4는 서양 음악 발생(시 Si)의 자료점들을 3차원 위상 공간에 나타낸 것으로 대부분의 점들이 2차원 토아리(Torus)상에 나타난 것을 볼 수 있고, 중앙에 나타난 일부의 점들은 잡음이 잘못 들어온 것으로 해석된다.

4. 리아푸노프 지수의 측정

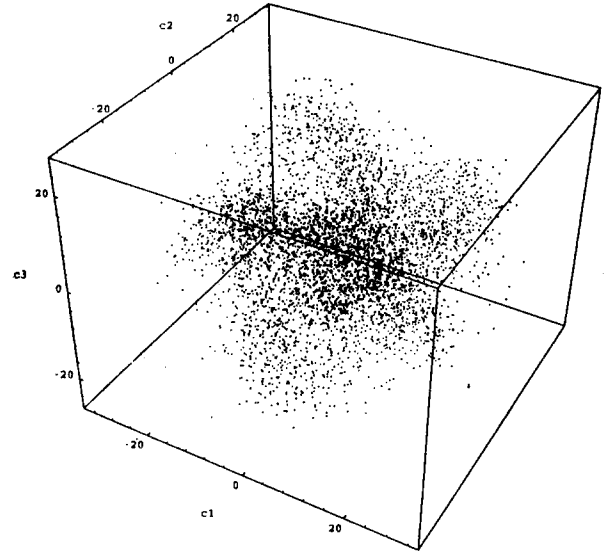


그림 3. 3차원 위상 공간에 나타낸 ‘서도 소리’(구간 8)의 자료점들. 복잡하게 흩어져서 일정한 모양을 볼 수 없다.

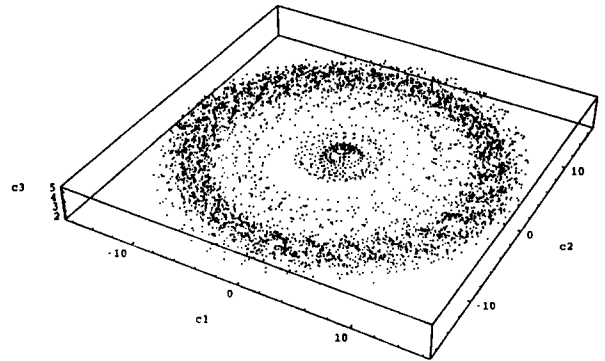


그림 4. 3차원 위상 공간에 나타낸 서양 음악 발생(시 Si)의 자료점들. 대부분의 점들이 2차원 토아리(Torus)상에 나타난 것을 볼 수 있다. 중앙에 나타난 일부의 점들은 잡음이 잘못 들어온 것으로 해석된다.

한국 전통 민요(서도 소리)의 시계열 중 넓은 파워 스펙트럼을 보인 영역에서 나타난 끌개가 야릇한 끌개인지를 알아보기 위하여 리아푸노프 지수를 구하였다. 데이터로는 한국 전통 민요의 시계열 중 가장 넓은 파워 스펙트럼을 보인 영역과, 비교를 위하여 서양 노래 시계열로서 ‘시(Si)’가 사용되었다. 사용된 데이터의 갯수는 한국 전통 민요의 경우에는 3.5×10^4 개, 서양 노래 ‘시’의 경우에는 1.0×10^4 개였으며, 주어진 데이터에 대하여 포함 공간 차원을 충분히 증가시켜가며 측정하였다. 주어진 시계열로부터 리아푸노프 지수를 구하기 위한 방법으로는 Eckmann-Kamphorst-Ruelle-Ciliberto의 알고리즘 [9]이 사용되었고, 서도 소리는 5에서 9까지, ‘시’의 경우는 5에서 8까지의 포함 공간 차원에 대하여 측정되었다.

그림 5는 서도 소리의 경우에 5에서 9까지의 포함 공간 차

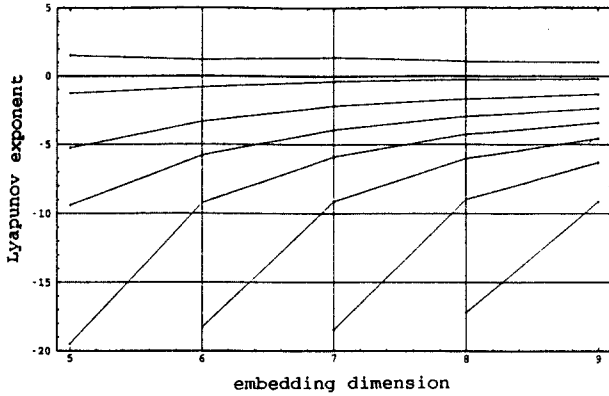


그림 5. 5에서 9까지의 포함 공간 차원에 대한 서도 소리의 리아푸노프 지수. 카오스계의 특징인 양의 리아푸노프 지수가 한 개 나타난다.

원에 대하여 각각의 리아푸노프 지수를 나타낸 것으로, 어디서나 유사하게 (+, 0, -, ...)의 형태로 나타남을 볼 수 있다. 한 개의 양의 리아푸노프 지수를 갖는 것으로 보아 주어진 시계열, 즉 한국 전통 민요의 시계열 중 가장 넓은 파워 스펙트럼을 가졌던 영역은 기대했던대로 카오스적 행동을 나타낼 수 있다.

그림 6은 ‘시’의 경우에 5에서 8까지의 포함 공간 차원에 대하여 각각의 리아푸노프 지수를 나타낸 것으로, 어디서나 유사하게 (0, -, -, ...)의 형태로 나타남을 볼 수 있다. 양의 리아푸노프 지수를 갖지 않는 것으로 보아 주어진 시계열, 즉 서양 노래중 ‘시’의 시계열은 카오스적 행동을 나타내지 않음을 알 수 있다.

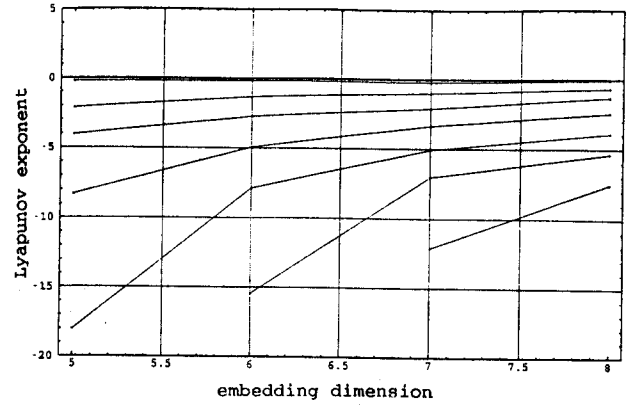


그림 6. 5에서 8까지의 포함 공간 차원에 대한 ‘시’의 리아푸노프 지수. 가장 큰 리아푸노프 지수값이 0이 되는 주기적계의 특징을 보이고 있다.

5. 상관 차원(correlation dimension)의 측정

한국 전통 민요의 시계열중 가장 넓은 파워 스펙트럼을 보인 영역과 서양 노래중 ‘시’에 대하여 상관 차원을 구하였다. 한국 전통 민요의 경우에는 3.5×10^4 개의 데이터를 사용하여 1.05^{30} 에서 1.05^{75} 까지의 r 에 대하여 상관 적분(correlation integral)을 구하였고 이때 포함공간 차원은 5에서 29까지 증가되었다. ‘시’의 경우에는 2×10^4 개의 데이터를 사용하여 1.05^{20} 에서 1.05^{95} 까지의 r 에 대하여 포함공간 차원을 5에서 23까지 변화시켜가면서 상관 적분을 구하였다.

한국 전통 민요는 $\log C(r)$ 대 $\log r$ 그래프의 기울기, 즉 끝개의 상관 차원 ν 이 처음에는 포함공간 차원이 증가함에 따라 증가하다가 나중에는 약 4.27로 수렴하였다. 서양 노래의 경우에는 약 2.0의 상관 차원을 얻었고, 이것은 위상 공간에서의 궤적이 2차원 포아리를 보여주었던 것과 잘 일치한다.

그림 7은 서도 소리(제 8 구간)를 사용했을때의 포함공간 차원 n 에 따른 상관 차원 ν 을 나타낸 것으로 포함공간 차원 21에서 상관 차원이 약 4.27로 일정해지는 것을 볼 수 있다.

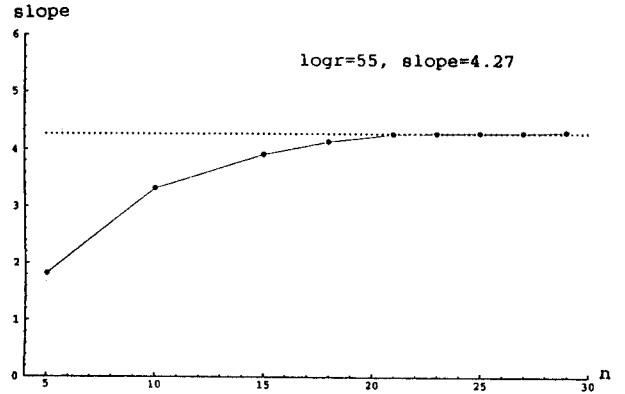


그림 7. 서도 소리(제 8 구간)의 포함공간 차원 n 에 따른 상관 차원 ν 의 그래프. 포함공간 차원 21에서 상관 차원이 약 4.27로 일정해지는 것을 볼 수 있다.

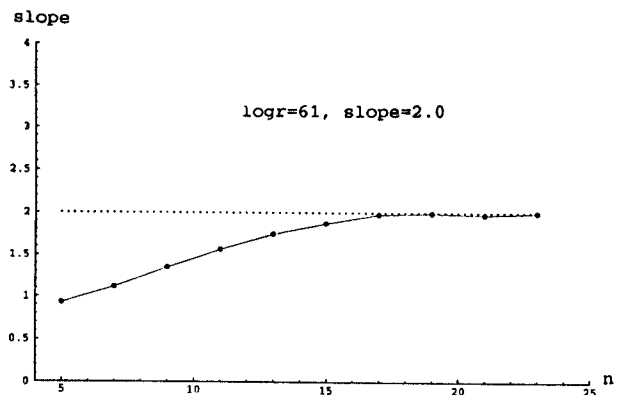


그림 8. 서양 음악 발생(시 Si)의 포함공간 차원 n 에 따른 상관 차원 ν 의 그래프. 포함공간 차원 17에서 상관 차원이 약 2.0으로 일정해지는 것을 볼 수 있다.

그림 10은 서양 음악 발생(시 Si)을 사용하여 포함공간 차원 n 에 따른 상관 차원 ν 을 나타낸 것으로 포함공간 차원 17에서 상관 차원이 약 2.0으로 일정해지는 것을 볼 수 있다.

IV. 결과 및 토의

서양 노래와 대조적으로 한국 전통 민요로부터 카오스적 시계열을 얻을 수 있는가를 조사하였고 이를 위하여 파워 스펙트럼, 위상 공간에서의 끌개, 리아푸노프 지수, 상관 차원을 구하였다.

그 결과 한국 전통 민요는 넓게 퍼진 형태의 스펙트럼을 갖고, 위상 공간에서의 궤적은 복잡하고 뒤엉킨 형태의 끌개로 나타났다. 또한 한개의 양의 리아푸노프 지수를 가졌으며, 그것의 상관 차원은 약 4.27 이 됨을 알았다. 서양 노래의 경우에는 δ -함수 혹은 불연속적 봉우리들이 나타나는 스펙트럼을 얻었고, 위상 공간에서 2차원 도아리(torus) 형태의 끌개를 형성함을 알았다. 또한, $(0, -, -, \dots)$ 의 리아푸노프 지수를 가짐을 알았고, 그것의 상관 차원을 구한 결과 위상 공간에서의 궤적이 보여주는 것처럼 약 2.0을 얻었다. 이상의 결과로부터 서양 노래와는 대조적으로 한국 전통 민요의 시계열에서 카오스적 성질을 발견할 수 있었다.

한국 전통 음악의 발성법이 서구적 선형 음성 이론과는 달리 비선형 동역학의 특성을 보여주기 때문에 이의 과학적 연구는 새롭게 시작되어야 한다고 본다. 이러한 연구가 다른 연구들에 의하여 확인된다면, 한국 전통 음악의 이론 및 기보법, 발성법 등 제 분야에 합리적이고 과학적인 접근이 가능해질것으로 예상된다.

한국 전통 민요와 서양 노래의 차이를 비교하기 위해서는 서도 소리와 서양 노래의 '미', '솔', '시' 뿐 아니라 서도 소리와 서양 노래의 오페라 아리아, 혹은 국악의 오음계와 서양 노래의 '미', '솔', '시' 등에 대한 비교 연구가 필요하리라 생각된다. 그리고 서도 소리 이외의 다른 성악과 기악 분야에서, 단음정 '미', '솔', '시' 나 오페라 아리아 이외의 다른 서양 음악에 대해서도 유사한 연구를 진행할 필요가 있다. 또한, 앞으로 한국 전통 민요, 특히 서도 소리의 어떤 특성이 카오스와 관련이 있는지, 즉 한국 전통 민요(서도 소리)의 이론과 카오스를 연관시키는 연구가 필요하다. 물론, 이상의 결

과가 서양 노래와 대조적으로 한국 전통 민요의 시계열이 카오스적이라는 것을 단정적으로 증명하지는 않는다. 그러나 여러 가지 다른 분석 방법에 의해 카오스적 성질이 보여졌다는 것은 한국 전통 음악의 발성법을 카오스적 동역학으로 이해하는데 하나의 시발점이 될 수 있으리라 생각된다.

참 고 문 헌

- [1] B. Townshend, *Nonlinear Modeling and Forecasting*, M. Casdagli and S. Euband, eds. (Addison-Wesley, Reading, MA, 1992), p. 433.
- [2] M. Tabor, *Chaos and integrability in Nonlinear Dynamics* (John Wiley & Sons, New York, 1989), p. 152.
- [3] Broomhead, D. S. and G. P. King, *Physica D* **20**, 217 (1986).
- [4] Farmer, J. D., E. Ott and J. A. Yorke, *Physica D* **7**, 153 (1983).
- [5] Eckmann, J. P. and D. Ruelle, *Rev. Mod. Phys.* **57**, 617 (1985).
- [6] M. Sano and Y. Sawada, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1082 (1985).
- [7] Grassberger, P. and I. Procaccia. *Physica D* **9**, 189 (1983).
- [8] S. N. Rasband, *Chaotic Dynamics of Nonlinear Systems* (John Wiley & Sons, New York, 1990), p. 180.
- [9] J. P. Eckmann, S. Oliffson Kamphorst, D. Ruelle and S. Ciliberto. *Phys. Rev. A.* **34**, 4971 (1986).
- [10] Theiler, J. *Quantifying Chaos: Practical Estimation of the Correlation Dimension.*, Ph.D thesis, California Institute of Technology (1988), Chap. 2.

Chaos in Traditional Korean Singing (Vocalization)

Myeong-Hwa LEE and Kwang-Sup SOH

Department of Physics Education, Seoul National University, Seoul 151-742

(Received 9 February 1996, in final form 9 July 1996)

It is found that the time series of traditional Korean singing (SeoDo folk songs) shows chaotic behavior in contrast with that of western singing (Do-re-mi songs). It was shown that SeoDo folk songs have a broadband power spectrum which shows chaotic behavior; on the other hand, the power spectrum of western singing exhibits a δ -function. We investigated whether a strange attractor appears in the region of the time series which shows a chaotic power spectrum, obtained a positive first Lyapunov exponent, and showed that the correlation dimension of the attractor is about 4.27.